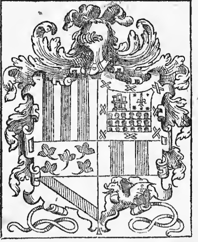



87
36

LOS SEIS LIBROS
PRIMEROS DELA GEOMETRIA DE EVCLIDES.

Traduzidos en légua Española por Rodrigo çamorano Astrologo y Mathematico, y Cathedratico de Cosmographia por su Magestad en la casa de la Contratació de Seuilla Dirigidos al jllustre señor Luciano de Negrõ, Canonigo dela sancta yglesia de Seuilla.



Con licencia del Consejo Real.
En Seuilla en casa de Alonso de la Barrera.
1576.

Esta tassado en

Dei Dº de Fran. Lazcano
cado. de Limond

Aplicase ala Librería de S. Pº de Alcantara de Sevilla



ON PHI LIPPE. Por la gracia de Dios Rey de Castilla, de Leon, de Aragon de las dos Sicilias de Ierusalen, de Nauarra, de Granada, de Toledo, de Valencia, de Galizia, de Mallorcas de Seuilla, de Cerdeña, de Cordoua, de Corcega, de Murcia, de Iaen, Duque d Milá Códe d Fládes y de Tirol. ect. Por quáto por parte de vos Rodrigo çamorano nos fue fecha relació diziédo q̃ vos auiades traduzido los feys libros primeros de la geometria de Euclides en nueftra légua efpañola porque hauian fido muy deffeados de muchas gentes por la gran vtilidad que trayan affi a los que figuen las mathematicas como a todos los artifices, y en traduzir le no folo auiades paffado mucho trabajo en que materia tan difficil y obfcura, eftuuieffe clara en nueftra lengua, pero a la republica fe le hauia hecho no pequeño beneficio por la neceffidad que de efta obra tenia, Suplicando nos lo mandaffemos veer y dar os licencia para lo poder imprimir, o como la nueftra merced fueffe. Lo qual vifto por los del nueftro Confejo, por quanto en el dicho libro fe hizieron las diligencias que la prematica por nos hecha fobre la ympreffion de los libros difpone, fue acordado que deuiamos mandar dar efta nueftra carta para vos en la dicha razon & nos touimos lo por bié. Por la qual damos licencia y facultad para que por efta vez qualquier ympreffor deftos nueftros reynos pueda imprimir el dicho libro fin que por ello cayga ni yncurra en pena alguna. Y mandamos que defpues de ympreffo no fe pueda vender ni venda fin que pri-

mero se traya al nuestro Consejo juntamente con el original que fue visto, que va rubricado y firmado de Iuan gallo de Andrada nuestro scriuano de camara de los que residen en el nuestro Consejo, para que la dicha impression se vea si esta conforme al original y se de licencia para lo poder vender, y se tasse el precio a que se huuiere de vender cada pliego del, so pena de caer & incurrir en las penas contenidas en la dicha pregmatica y leyes de nuestros Reynos y mas de la nuestra merced y de diez mill marauedis para la nuestra camara. Dada ẽ Madrid a veynte y quatro dias del mes de março de mill & quinientos y setenta y quatro años.

D. Ep̃s Segobieñ. El Licenciado Pero gasco. El doctor Francisco hernãdez de lieuana

El Licenciado Contreras. El doctor luys de molina. El Doctor Aguilera,

Yo Iuan gallo de Andrada scriuano de camara de su Magestad la fize screuir por su mandado con acuerdo de los del su Consejo.

Alonso de Vargas
Pecellin

Por chanciller

Alonso de Vargas
Pecellin

AL ILLVSTRE SE NOR LVCIANO DE NEGRON canonigo dela ſancta yglesia de Seuilla.

(∗)



BLIGAME (Illuſtre ſeñor) lo mucho que. V.M. merece, y la deuda particular en que todas las buenas artes a. V.M le eſtá, a dedicarſe como a patron y tan eſtudioſo de todas ellas, eſtos ſeys libros de la Geometria de Euclides traduzidos en nueſtra lengua Eſpañola, para començar con eſto a ſeruir alguna parte de lo mucho q̃ a. V.M. deuo y deſſeo: como a perſona que no ſolo en ſus principales eſtudios delas letras ſagradas, pero aun en eſte genero de profeſsion tiene tambuena parte, que baſtarà dar nombre no ſolo a eſte, pero a otros mas Illuſtres trabajos. El qual confio que ſera gratamente recebido de todos los curioſos de las Mathematicas, tanto por yr debaxo de tal protection y amparo, quanto

por

por el titulo de ſu proprio author principe de la Geometria, tan celebrado en todas las hedades. El qual ſi en nueſtra lengua a. V.M. diere alguna ſatisfacion, eſtare cierto que podra contentar a todos los que guſtan de tan loables eſtudios. Suplico a. V.M. le admita, que aunque para el merecimiento de. V.M. el don ſea pequeño, le ofrece vna voluntad muy grāde para ſeruirle en coſas mayores.

Illuſtre ſeñor.

Beſa las manos de. v.m. ſu ſeruidor.

Rodrigo
çamorano.

PRimero q̃ la Geometria(curioso lector)se reduxese al ser q̃ aora tiene, anduuo ẽ vso entre las gẽtes. Cuyos inuẽtores dizẽ hauer sido los Egyptios por la grã de necessidad q̃ d ella teniã. Porq̃ como el rio Nilo enel estio creceia tãto q̃ su creciẽte les regasse y aun anegasse todos los cãpos, venia a deshacer y borrar los terminos y linderos delas heredades de toda la tierra. Y assi sobre la aueriguacion de lo q̃ a cada vno despues de la mẽguante le pertenecia, auia ordinariamẽte, no pequeños pleytos y cõtiendas entre los vnos y los otros, escogiẽdo a cada vno para si lo mas y mejor. Por lo qual les era forçado cada año acudir de nueuo a los juezes y gouernadores dela tierra, para q̃ los concertassen. De aqui vino q̃ los juezes median por las reglas que cada vno hallaua mas ciertas y verdaderas lo que a cada vno le pertenecia. De los quales el primero que se lee hauer dado reglas para la medida fue Meris Rey de Egypto al qual se atribuye la inuencion de la Geometria.

tria. Deſde eſte vino la facultad del medir poco a poco creſciendo ennueuas inuencio nes haſta los tiempos de Pythagoras philoſo pho natural de la Iſla de Samo: el qual deſ- pues dicen haber inuentado enella las deli- neationes las formas, los interuallos, las di- ſtantias y las quantidades. Y acabò muchas coſas de eſta ſcientia, entre las quales hallò la virtud o potencia del triangulo rectangu lo con tanto contentamiento y ſatiſfaction de haberle hallado, que ſe dice del, en pago de la merced recebida haber offrecido a la Dioſa Minerua el ſacrificio Hecatombe que entonces llamaban, enel qual ſacrificò cien vacas. Deſpues de Pythagoras hubo muchos hombres excelentes eneſta facultad y profe ſſion dela Geometria. Delos quales fue vno excelentiſsimo entre todos Archimedes na tural de Saragoça en Sicilia. Fueron tãbien principales ẽlla Anaximãdro Mileſio y Par menides, el q̃l por razõ Geometria affimò q̃ la tierra era redonda y de figura ſpherica, y que eſtaua aſentada en el medio del vniuer- ſo. LLego el negocio de la Geometria enton ces a tanta cumbre, que entre los antiguos

pareſ-

parecia que ẽ competencia por general inclinacion le mouian todos a tratar dela medida y assivnos a otros se poniã diuersas preguntas y difficultades: y qualquiera cosa que les parecia q̃ estaua bien hallada, la guardauã en escripto, y assi la comunicauã no solamẽte en Egipto, pero poco a poco se vino tãbiẽ a tratar entre las gẽtes assi apartadas, como vezinas: Asta q̃ entre todos Euclides philosopho natural de Megara ẽ Grecia, que fue el que mas florecio, tomando muy muchas de aquellas inuenciones antiguas, les añadio cõ su agudeza y subtileza de ingenio otras muchas. Y porque no se perdiessen los trabajos y estudios delos antiguos: las junto todas en quinze libros, los quales llamo Elemẽtos porque siendo estas figuras de esta obra las primeras demõstrationes que de Geometria se hazen, todas las de mas que desta y de las otras sciencias proceden, se hã de reduzir a estas como a principios: o porque assi como de los quatro elementos se hazen y penden todas las cosas assi de aqui pendẽ todas las artes y sciencias. Enlas quales clarissimamente se vee la necessidad q̃ tienen de la Geometria. Porq̃ si procedemos de vna en



otra hallaremos que lo principal que tiene en las artes la Architectura eñl deseñar de las plãtas y constitucion de los alçados de los hedificios,y de donde mas se ayuda,es dela Geometria. Y assi se vee claro que por falta de esta sciencia se han caydo muchos hedificios,por no les hauer dado la forma deuida y que les era necessaria. La pintura y esculptura en sus deseños y debujos (como parece por Alberto Durero en el libro de Symmetria corporis humani,y por Leon Baptista Alberto en los de pittura) tienen tanta necessidad de ella, que lo principal de su arte esta puesto,y cõsiste en el buen conoscimiento de la Geometria, sin la qual a ninguna cosa de las que hazen se le puede dar buena proportion y medida. Muy mal puede el Nibelador de aguas traerlas bien al lugar dõde dessea,sin ayuda de la Geometria. Ni el Ingeniero assi enla guerra como ẽla paz dara bien sin Geometria la proportion que a sus machinas se deue. El capitan y el soldado, fuera de otras muchas cosas en que cada dia experimentã esto,lo echan de ver,en quanto haze la figura para la fortaleza del esquadrõ. El artillero tambiẽ cõ la Geometria mide las

distã

distátias o interuallos ſegun la potentia delas pieças cõ que tira y hazé las minas para volar los fuertes. Pero mucho mas ſe echa de ver eſ to enlas ſcientias: delas quales la Aſtronomia podria muy mal probar y demonſtrar las quá tidades y proportiones delos cuerpos celeſtia les y de la tierra para el conoſcimiento de los mouimientos y eclipſes del Sol y Luna, ſi to- das ſus demonſtrationes no las hizieſe é Geo metria: de la qual en la Aſtronomia ſe han ſa- cado tanta multitud de coſas dignas de admi racion y ſubtileza que parecen tráſcender la capacidad humana. La Coſmographia bié cla ramente da a entender quanto ſe aprouechc de eſta ſcientia enla deſcription de las prouin cias y ſitio de los lugares, y ambas a dos en la compoſicion de tantos inſtrumétos como tie nen por medio e interceſſiõ dela Geometria. La ſcientia de la Perſpectiua con Geometria prueua todas ſus cõcluſiones, y por medio de lla no ſolo inueſtiga y eſcudriña los interio- res ſecretos de las obras de natura, pero tam- bien ſaca aquella ſubtil inuention de los eſpe jos vſtorios o cõburétes. La philoſophia natu ral q̃ eſcriuieró Plató, Ariſtoteles y todos los

antiguos esta tã llena de exemplos Geometricos, q̃ sin esta sciẽtia es impossible poder ẽ philosophia saber el dia de oy cosa alguna. Tábiẽ la philosophia moral es cosa clara la necessidad de Geometria q̃ tiene, pues Aristoteles ẽ las Eticas cõpara las dos partes dela justicia distributiua y Cõmutatiua a las dos proportiones, Geometrica y Arithmetica, Quintiliano haze la Geometria necessaria al Orador, y Bartolo al Iurisperito. Y generalmẽte a todas las demas artes y sciencias se les hecha de ver la necessidad, pues vnas sin ella no puedẽ passar, y a las demas les es vtil en grande manera. como lo vera quien a ello vn poco atender quisiere. Ha sido siempre tan tenida y estimada esta scientia que Platon mãdaua ninguno de sus discipulos entrase a oyr lephilosophia sino supiese primero Geometria. Hyppocrates escriuio vn libro de el quadrar el circulo, Auicena otro de lineas y numeros, Archimedes muchos, delos quales algunos se han perdido cõ la injuria del tiempo, y otros andan aun el dia de oy entre las manos delos curiosos. Hypsicles scriuio dos libros de Geometria que tratan de la proporcion de los cinco cuerpos re

gulares

gulares, los quales con algunos de los quince de Euclides traduxo en latin Seuerino Boetio Apollonio Pergeo solia ser llamado diuino por los ocho libros que escribio de las sectiones Conicas, de los quales salen tanta diuersidad de subtilezas en los Reloges solares, en los instrumentos Mathematicos, y principalmente en aquella delicada y admirable inuétion de el Astrolabio. Y finalmente a nadie podemos juzgar por docto, a nadie por perito y exercitado en su scientia o en arte alguna: si carece del conocimiento de la Geometria basis y fundamento de todas ellas. Por lo qual siendo esta sciétia tan antigua, necesaria y noble pcure de comunicar la a todos para que se puedan vniuersalmente aprouechar della en todas las artes y scientias. Y no me ha parecido sacar aora a luz mas de los primeros seys libros por ser estos mas necessarios que los otros. Ni he querido poner en ellos cómentarios, scholios, ni additiones (que pudiera) porque el auctor fue en esto tan ingenioso que el que quisiere, con facilidad puede, atendiendo bien a la letra, percebir el sentido y demonstracion de lo que el enseña. Y aunque este

mi pequeño trabajo entiendo ha de ser agradable a muchos, pero a otros no les parecera tambien, porque aun no le hauia biencomençado quando me dixeron vnos bien y otros mal de mi diligécia. Mas despues persuadido por ruegos de algunos amigos, y de la necesidad que de andar este libro en nuestra légua vulgar hauia: teniendo ya alçada la mano dela traduction quise voluer a ella, asta acabar los seys primeros libros, que son los mas necessarios de todos losque Euclides escribio. Pareciendo me mejor el prouecho que a los vnos hazia que no la murmuracion que por fuerça tengo de sufrir de los demas, que les parece, que el andar las sciencias en lengua vulgar es hazer las Mechanicas, no mirando que los authores que al principio las scribieron, las dexaron scriptas en lengua que entonces era tan vulgar como aora lo es la nuestra, y que no buscaron otras agenas en que screbir porque su intencion fue mas de aprouechar a todos que no de encubrir a nadie la sciẽtia. Pero porque estas gentes me parece que van fuera de buen camino, no curare de gastar palabras en esto, mas de encomendar al curioso

lector

lector, tenga por bueno mi trabajo, el qual si yo entendiere que le es acepto sacare breuemente lo que falta de Euclides, con otras cosas tocantes a la Astronomia, Astrologia y Cosmographia, q̃ entiẽdo aplacerá a los curiosos.

Vale.

(.:.)

LIBRO PRIMERO DE

LOS ELEMENTOS DE EVCLIDES PHILOSOPHO Megarense.

De tres generos de principios El primero las difinitiones.

1. Punto es, cuya parte es ninguna.

Linea recta

2 Linea es lõgitud que no se puede ensanchar.

Linea curua,

3 Los terminos dela linea son punctos.

4 Linea recta es la que ygualmẽte esta entre sus puntos.

Linea tortuosa.

5 Superficie es lo que solamente tiene lõgitud y anchura.

Super ficie llana.

6 Los terminos dela superficie son lineas.

7 Superficie llana es, la que ygualmente esta entre sus lineas.

8 Angulo llano es, la inclinaciõ de doslineas q̃ se tocã en vn plano y no estã en derecho

Superficie curua.



Angu

9 Angulo rectilineo ſe llama quando las lineas que cõtienen el angulo fueren rectas

10 Quando eſtando vna linea recta ſobre otra linea recta hiziere angulos de ambas partes yguales entre ſi, es recto cada vno delos angulos yguales, y la linea que ſobre eſta, ſe dize perpendicular ſobre la que eſtuuiere.

Angulo recto

A B C D I

Obtuſo agudo

A B C D

11 Angulo obtuſo es el mayor que recto.

12 Angulo agudo es el menor que recto.

13 Termino es, lo que es fin de cada coſa.

14. Figura es la que es contenida de alguno, o de algunos terminos.

Circulo.



15 Circulo es vna figura llana cõtenida devna linea, que ſe llama circũferẽcia, aſta ala qual todas las lineas q̃ ſalieren devn punto q̃ eſte

dentro cayendo enla circũferentia del mismo circulo son entre si ygnales.

16 Centro del mismo circulo se llama aquel puncto.

17 Diametro dl circulo es vna linea recta tirada por el cẽtro: y de ambas partes terminada ẽla circunferencia del circulo. la qual diuide al circulo, por medio.



18 Medio circulo es la figura tenida del diametro y de la circũferẽtia que con el es cortada.

Medio circulo

19 Segmẽto de circulo, es la figura contenida de vna linea recta y de vna circunferencia de circulo mayor o menor q̃ medio circulo.



20 Figuras rectilineas son las que son contenidas de lineas rectas.

21 Figuras de tres lados son las cõtenidas debajo de tres lineas rectas.

Trilaterá.

22 Figuras quadrilateras ſon las queſe comprehenden debajo de quatro lineas rectas.

Quadrilatera.

23 Figuras de muchos lados ſō las q̃ ſe cōprehēden debajo de mas que quatro lineas rectas.

De muchos lados.

24 Otroſi delas figuras de treslados triangulo equilatero es el q̃ ſe cōtiene debajo de tres lados yguales.

Equilatero.

A

25 Yſoſceles es el q̃ es cōtenido ſolamēte debajo de doslados yguales.

Yſoſceles.

B

26 Eſcaleno es el que es contenido debajo de tres lados deſiguales.

Eſcaleno.

C

27 Demas deſto delasfiguras de tres lados triāgulo rectāgulo es el que tiene angulo recto.

Rectangulo.

D

28 Pero amblygonio es el que tiene angulo obtuſo, y

Amblygonio.

E

29 Oxigonio el que tiene tres angulos agudos.

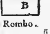


30 Pero de las figuras quadrilateras, quadrado es el que es equilatero y rectangulo.





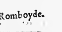
31 Quadrangulo es, el que es rectangulo po no es equilatero



Rombo.

32 Rombo es la figura q̃ es equilatera, pero no es rectãgula.

33 Romboyde es la figura q̃ tiene los lados y angulos contrarios yguales, pero ni es equilatera ni rectangula.

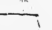




34 Los demas quadrilateros fuera destos llamanse trapezias.

35 Lineas rectas parallelas solas q̃ estãdo ẽ vn mismo llano, y estẽdidas de ãbas partes ẽ infinito, ẽ ningũa parte cõcurrẽ

Paralelas





El

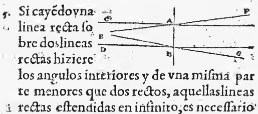
¶ El segundo genero de principios las peticiones.

1. Tirar vna linea recta desde qualquier puncto asta qualquier puncto.

2 Vna linea recta termina da estenderla cōtinua y derechamente.

3 Sobre qualquier centro y distancia describir vn circulo.

4 Todos los angulos rectos ser entre si yguales.



5. Si cayēdo vna linea recta sobre dos lineas rectas hiziere los angulos interiores y de vna misma parte menores que dos rectos, aquellas lineas rectas estendidas en infinito, es necessario que concurrā azia aquella parte enla qual estan los angulos menores que dos rectos

El tercero genero de principios las comunes ſentencias.

1 Las coſas que a vna miſma ſon yguales tambiẽ entre ſi ſon yguales.

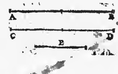
2 Si a coſas yguales ſe les añaden coſas yguales, los todos ſeran yguales.

3 Y ſi de coſas yguales, ſe quitã coſas yguales las que quedarẽ ſeran yguales.

4 Y ſi a deſiguales ſe ajuntan coſas ygúales los todos ſerã deſiguales.

5 Y ſi de deſiguales ſe quitan coſas yguales las reſtas ſeran deſiguales.

6 Las coſas q̃ ſon dobladas a vna miſma ſon yguales entre ſi



7 Las cosas que son de vna misma [redacted] mitad son yguales entre si.

8 Las que entre si conuienen son yguales entre si.

9 El todo es mayor que su parte

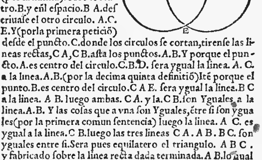
10 Dos lineas rectas no cierran superficie.

LIBRO PRIMERO DE

LOS ELEMENTOS GEOMETRICOS DE EVCLIDES philoſopho Megarenſe.

Problema primero, propoſition primera,

Sobre vna linea recta dada terminada hazer vn triangulo equilatero.



Sea la linea recta dada terminada. A B. cõuiene deſcreuir ſobre A B. vn triãgulo equilatero. Sobre el cẽtro. A. y segũ el eſpacio. A. B. deſcribaſe el circulo. B.C.D. (por la tercera petitiõ) Y tambiẽ (por la miſma) ſobre el centro. B. y eñl eſpacio. B A. deſcriuaſe el otro circulo. A.C.E. Y (por la primera petitiõ) deſde el puncto. C. donde los circulos ſe cortan, tirenſe las lineas rectas, C A, C B. aſta los punctos. A. B. Y porque el puncto. A. es centro del circulo. C.B.D. ſera ygual la linea. A. C. a la linea. A.B. (por la decima quinta definitiõ) Itẽ porque el punto. B. es centro del circulo. C A E. ſera ygual la linea. B C a la linea. A B. luego ambas. C A. y la. C B. ſon Yguales a la linea. A.B. Y las coſas que a vna ſon Yguales, ẽtre ſi ſon yguales (por la primera comun ſentencia) luego la linea. A C. es ygual a la linea. C B. luego las tres lineas C A. A B. B C. ſon yguales entre ſi. Sera pues equilatero el triangulo. A B C. y fabricado ſobre la linea recta dada terminada. A B. lo qual conuino hazerſe.

Problema ſegundo. Propoſition ſecunda.

Hazer vna linea recta ygual a otra linea recta dada, deſde vn puncto ſeñalado.

Sea el puncto ſeñalado. A. y. la linea recta dada. B C. es meneſter deſde el punto. A. tirar vna linea recta ygual a la linea recta. B C.

Tireſe deſde el puncto. A. aſta el puncto. B. la linea recta. A B. (por la primera petition) y haga ſe ſobre ella (por la primera propoſicion) vn triangulo equilatero, Y ſea. D A B, y eſtiēdanſe les a la D A. y a la. D B. las lineas. A Z. B E. Derechamente (por la ſegunda petition) y ſobre el centro. B. y en el eſpacio. B C. deſcribaſe por la tercera petition) el circulo. C I T Y tambiē (por la miſma) ſobre el cētro. D. y ē el eſpacio D I. deſcribaſe el circulo. I K L. Pues porque el puncto. B. es centro del circulo. C I T. ſera (por la decima quinta definition) la linea. B C. ygual a la linea. B I. y porque el puncto. D. es centro del circulo. I K L. ſera (por la miſma) ygual la linea. D L. a la linea. D I. de las quales. D A. es ygual ala miſma D B. (por la propoſition precedente) luego la linea reſtante. A L. es ygual a la linea. B I. que reſta (por la tercera comun ſentencia) y eſta demoſtrado que. B C. es Ygual a la. B I. luego la vna y la otra. A L. y B C. es ygual a la. B I. y las coſas que a vna miſma ſon Yguales (por la primera comun ſentencia)

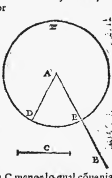
K T D B A C I E L Z

ſon tambien entre ſi yguales, luego la linea. A L. es ygual a la B C. Haſe pues tirado deſde el punto dado. A. la linea recta. A L. ygual a la linea recta dada. B C. Lo qual cõuino hazerſe

Problema tercero, Propoſicion tercera.

¶Dadas dos lineas rectas deſiguales, cortar dela mayor vna linea recta ygual a la menor.

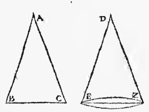
Sean dos lineas rectas dadas deſiguales. A B. y. C. de las quales ſea, A B. la mayor, conuiene cortar de la, A B. mayor vna linea recta ygual a la. C. menor Tireſe (por la. 2. ꝓpoſiciõ) deſde el puncto. A. vna linea ygual a la linea recta. C. y ſobre el cẽtro. A y la diſtantia, A D. deſe (por la tercera petitiõ) el circulo. D E Z Y porque el puncto. A. es centro del circulo. D E Z. es ygual la linea. A E. a la A D. y la linea. C. es ygual a la miſma. A. D, luego ambas. A E. y la, C. ſon yguales a la miſma. A D. por lo qual tãbien la linea, A E. es gual a la. C. Dadas pues las dos lineas retas deſiguales. A B. C. ſe ha cortado dela. A B. mayor, la. A E, ygual a la. C. menor lo qual cõuenia hazerſe.



Thorema primero, Propoſition quarta.

Si dos triangulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados el vno y el otro al otro y al otro, y el angulo ygual al angulo cõtenido debajo de yguales lineas rectas, tendran la baſis ygual ala baſis, y el vn triãgulo ſera ygual al otro

tro triágulo:y los de mas águlos será yguales a los de mas angulos el vno al otro debajo de los q̃les se estienden yguales lados.



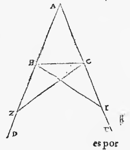
Sean dos triágulos. A B C. D E Z. que tengan los dos lados, conuiene a saber. A B. A C. Yguales a los dos lados q̃ son. D E. D Z. el vno al otro, esto es, A B. a la. D E. Y A C. a la D Z. y el águlo B A. C ygual al angulo. E DZ. Digo que tambié la basis. B C. es ygual a la basis. E Z. Y el triangulo. A B C. sera ygual al triangulo. D E Z. Y los de mas angulos seran yguales a los de mas angulos debaxo de los quales se estiendé yguales lados, el vno al otro. esto es que el angulo. A B C, sera ygual al angulo. D E Z. Y el. A C E. al angulo. D ZE. Por que sebrepuesto el triangulo. A B C al triangulo. D E Z. y puesto el punto. A. sobre. D. y la linea recta. A B. sobre D E. caera el puncto. B. tambien sobre el puncto. E. porque la linea. A B. es ygual a la. D E. (por la supoficiõ) y poniendo la linea A B. sobre la linea. D E. caera tambien la linea recta. A C. sobre la linea. D Z. porq̃ el angulo. B A C. es ygual al angulo. E D Z (por la suppoficiõ) Yporq̃ la linea. A C. es ygual a la D Z (por la suppoficion) caera pues el puncto. C. sobre el pũto Z. Iten porq̃ el pũcto. C. cae sobre el pũcto. Z. y el puncto. B. sobre el pũcto. E. luego la basis. B C. cae sobre la basis. EZ. porq̃ si cayédo. B. sobre. E. y. C. sobre. Z. la basis. B C. no cayese sobre la basis. E Z. dos lineas rectas cerrariã superficie: lo qual (por la. 10. comũ sentétia) es impofible, luego cae la basis. B C. sobre la basis. E Z. y le es ygual, por lo qual todo el triágulo A B C. cae sobre todo el triágulo. D E Z. (por la. 8. comũ sen

tēcia)y le es ygual,ycaeran tābien los de mas angulos(por la misma)sobre los de mas angulos y les serā yguales, esto es el angulo. A B C.al angulo. D E Z.y el angulo. A C B.al angulo D Z E. Luego quando dos triangulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados el vno al otro y el angulo ygual al angulo contenido de yguales lineas rectas, tendran tambien la basis ygual a la basis, y el vn triangulo sera ygual al otro triāgulo: y los de mas angulos serā yguales a los de mas angulos el vno al otro, debajo de los quales se estienden yguales la dos, lo qual conuino demonstrarse.

Theorema.z. Proposition. 5.

¶Los angulos de los triāgulos ysosceles q̄ estā sobre la basis son entresi yguales. Y estēdidas las lineas rectas yguales, seran tābien yguales entre si los angulos q̄ estan debajo de la basis

Sea el triāgulo ysosceles. A B C. que tenga el lado. A B. ygual al lado. A C. y estiendanse derechamēte(por la secūda petition) las lineas. B D.C E. a las lineas. A B. A C. digo que el angulo. A.B C.es ygual al angulo. A C B.y el angulo. CB D al angulo. B C E. Tomese en la linea. B D. vn pūto a caso y sea. Z.y cortese de la linea. A E mayor (por la tercera proposiciō) vna ygual a la. A Z. menor y sea. A I.y juntense. Z.C y I B.y porque. A Z.a la. A I. y A B.a la. A C. son yguales, luego las dos Z A. A C.soyguales a las dos. I A. A B.la vna a la otra, y cierran el angulo comun que es cōtenido debajo de. Z A I. luego la basis Z C.



es por

es(por la.4. propoficiō) ygual a la bafis.I B.y el triangulo. A Z C.fera ygual al triangulo.A I B.y los demas angulos a los de mas angulos elvno al otro ferã yguales,debajo delos quales fe eftienden yguales lados,efto es el angulo.A C Z. al angulo.A B I,y el angulo.A Z C.al angulo.A I B.y porq̃ toda la.A Z.es ygual a toda la.A I.de las.quales la linea . A B. es ygual ala linea. A C.luego la que refta.B Z. es ygual (por la.3.comũ fentencia)ala. C I.q̃ refta.Y efta demoftrado que. Z C.es ygual ala mifma.B I.luego las dos. B Z. Z C.fon yguales alas dos.C I. I B.la vna ala otra,y el angulo.B Z C. es ygual al angulo.C I B.(por la.4..ppoficiō)y la.B C. es bafis comun,luego el triangulo.B Z C.fera ygual al triangulo.C I B y los demas angulos alos demas angulos el vno al otro ferá tambien yguales debaxo delos quales fe eftienden yguales lados(por la mifma)luego el angulo.Z B C.es ygual al angulo.I C B.y el angulo. B C Z al angulo C B I.fon yguales.Pues porq̃ todo el ãgulo.A B I.como efta demoftrado es ygual a todo el ãgulo.A CZ.delos quales.CB I.es ygual al angulo,B C Z.luego el angulo.A B C.q̃ refta es ygual (por la.3.comũ fentẽcia) al angulo reftãte.A C B.y fon fobre la bafis del triangulo.A B C.pero efta demoftrado,que el angulo.Z B C.es ygual al angulo.I C B,y eftan debaxo dela bafis luego delos triangulos y fofceles los angulos que eftan fobre la bafis fon yguales entre fi,y eftendidas las lineas rectas y guales feran tambien ygnales entre fi los angulos que eftan bebaxo de la bafis lo qual fe auia de demoftrar.

Theorema.3. Propoficiou.6.

¶ Si los dos angulos del triãgulo fuerẽ yguales entre fi,tambien los lados q̃ eftan debaxo de yguales angulos ferá yguales entre fi,

Sea el triangulo.A B C.q̃ tenga al angulo.A BC.ygual al angulo.A CB.Digo q̃ tambien el lado. AB. es ygual al lado. A C.porq̃ fino es ygual el lado. A B. al lado. A C.el vno dellos fera mayor,fea.AB.mayor(Y por la. 3. propoficion)cortefe

del mayor. AB. vna linea ygual a la. AC. y esta sea. D B. y tirese la linea. D C (por la. 3. petitiõ) Pues porq̃ el lado. DB. es ygual al lado. AC. y comũ. la linea, B C. luego los dos lados. D B. B C. son yguales a los dos lados. A C. C B. el vno al otro, y el angulo. DBC. al ãgulo. ACB. por la supposiciõ, luego la basis D C (por la. 4. proposicion) es ygual a la basis. AB. y el triãgulo. DBC, sera ygual, por la misma, al triangulo. ACB. es a saber el menor al mayor, lo qual es impossible. Luego el lado. AB, no es desigual al lado. A C. Sera pues ygual. Luego si los dos angulos de vn triangulo fuerẽ yguales entre si, tambiẽ seran yguales los lados entre si, que se estienden debaxo de yguales angulos, lo qual se hauia de demostrar.

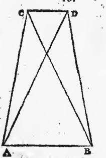
A
D
B C

Theorema. 4. Proposition. 7.

Sobre vna misma linea recta no se daran dos lineas rectas yguales a otras dos lineas rectas, la vna a la otra q̃ concurrã en otro puncto diuerso, teniendo vnos mismos terminos cõlas primeras lineas rectas.

¶Porq̃ si es possible, dẽse sobre vna misma linea recta. A B. a las dos lineas rectas. AC. CB. otras dos lineas rectas. AD. D B yguales la vna a la otra q̃ cõcurrã en diuersos pũctos q̃ sean C D. hazia vnas mismas partes cõuiene a saber hazia. CD. teniẽdo vnos mismos terminos q̃ son. AB. De mãera q̃. CA. sea ygual a la. D A. teniẽdo el mismo termino q̃ es. A. y la CB. ala DB. teniẽdo el mismo termino q̃ es. B. jũte se. CD (por la. 1. petitiõ

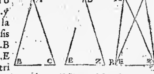
ticiō)Pues porq̃ A C es ygual a la. A D. sera tābien ygual el angulo. ACD al angulo. ADC. Es pues el āgulo AD C. menor q̃ el angulo. BDC. luego me nor es el angulo ACD. q̃ el āgulo. BD C. Sera pues mucho menor el angulo BCD, q̃ el āgulo. BDC. luego mucho es menor el angulo. BCD. q̃ el angulo BDC. Demas desto porque. BC. es ygual a la, DB, Es luego ygual tābien el angulo, B CD, al angulo. CDB, Y esta ya demostrado q̃ es mucho menor, lo qual es impossible, Luego sobre vna misma recta linea, a dos mismas lineas rectas no, se dará otras dos lineas rectas yguales la vna a la otra q̃ cōcurrā en diuersos pūctos haziavnas mismaspar tes, teniēdo los mismos terminos con las primeras lineas rectas. Lo qual conuino demonstrarse,



Theorema. 5. Proposicion. 8.

¶ Si dos triāgulos tuuierē los dos lados yguales a los dos lados, el vno al otro: y la basis tābiē ygual a la basis, tēdran tābiē el angulo cōtenido de yguales lineas rectas ygual al āgulo

¶ Sean dos triangulos. A B C. D E Z. que tēga los dos lados B C. A C. yguales a los la dos. E Z. D Z. el vno al otro esto es. C B. ala Z E. y A C. ala D Z. y tengan la basis. B A, ygual a la basis C D, digo que el angulo. B C A. es ygual al angulo. E Z D. porque puesto el triangulo. A B C. sobre el triangulo. D E Z. y puesto el punto. B sobre el punto. E. y la linea recta. B A. sobre. E D. cae tambien



 el punto

el punto.C.ſobre el punto.Z.porque.B C.es ygual a la.E Z. caen tambien. C A. A B. ſobre.Z D. D Z.porque ſi la baſis B A.cae ſobre la baſis.E D.pero los lados.B C. A C.no caẽ ſo bre los lados.E Z. D Z.ſino q̃ ſi difieren como.E Z. E C.D Z. D C.darſe han ſobre vna miſma linea recta dos lineas rectas yguales a otras dos lineas rectas la vna ala otra q̃.cõcurrã ẽ differentes puntos hazia vna miſma parte teniẽdo vnos miſ mos terminos.Pero no ſe dan eſtas(por la.7.propoſiciõ)lue go cayẽdo la baſis.B A.ſobre la baſis.E D caerã tãbien los la dos.B C. A C.ſobre los lados.E Z. D Z.por lo qual tambien el angulo.B C A.caera ſobre el angulo. E Z D. y ſera ygual. Luego ſi dos triangulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados el vno al otro y la baſis tãbien ygual ala baſis,ten- dran el angulo tambien ygual al angulo cõtenido de yguales rectas lineas, que era lo q̃ ſe auia de demoſtrar.

Problema.4. Propoſition 9.

¶ Diuidir vn angulo dado recti lineo en dos partes yguales.

¶Sea el angulo recti lineo dado.B A C.conuiene diuidirle en dos partes yguales.Tomeſe enla linea.A B.vn pũcto a caſo y ſea.D.Y dela linea. A C.(por la.3.pro poſiciõ) corteſe. A E.ygual ala. A D. y(por la.1.peticiõ)tireſe la linea. D E y haga ſe(por la.1.propoſiciõ)vn triã gulo d' yguales lados ſobre.D E. y ſea D Z E.y (por la.1. petition)tire ſe la A Z.Digo q̃ el ãgulo.B A C.es corta- do con la linea. A Z.en dos partes y- guales.Porq̃.A D.es ygual ala. A E.y comun la. A Z.luego las dos. D A. A Z ſõ yguales alas dos. E A. A Z.la vna ala otra,y la baſis,D Z.es ygual(por la.1,propoſiciõ)a la baſis,E Z,luego (por la,8)el ãgulo,D A Z es ygual al angulo



gulo, Z A E. Esta luego cortado en dos partes yguales con la linea. A Z. el angulo dado de lineas rectas. B A C. lo qual conuino assi hazerse.

Problema. 5. Proposicion. 10.

¶ Diuidir en dos partes yguales vna linea recta dada terminada,

Sea dada la linea recta terminada. A B. cõuiene diuidir la linea. A B. ẽ dos partes yguales, hagase (por la. 1. proposiciõ) sobre ella el triãgulo de yguales lados A B C (y por la. 9. ꝓposiciõ) cortese ẽ dos partes yguales el angulo. A C B. cõ la linea recta, C D, digo q̃ la linea recta, A B. es cortada en dos partes yguales enel puncto, D, porq̃ (por la. 1. proposiciõ) A C. es ygual a la. C B. y la C D es comun, luego las dos A C. C D son yguales a las dos B C. C D. la vna a la otra, y el ãgulo A C D. es ygual al ãgulo B C D. Luego (por la. 4.) la basis A D es ygual a la basis. D B Esta pues cortada la linea A B. recta dada terminada ẽ dos yguales partes enel puncto, D. que era lo q̃ se hauia de hazer.

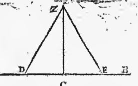
Problema. 6. Proposiciõ. 11.

¶ Dada vna linea recta, sacar desde vn pũto en ella señalado vna recta linea en angulos rectos.

Sea la linea recta dada. A B. y el puncto señalado en ella sea. C. conuiene desde el mismo puncto. C. de la misma linea recta. A B. sacar vna linea recta en angulos rectos. Tome se en la misma. A B. vn puncto a caso y sea. D. y pongase (por la

tercera

tercera propoſició)la linea C E.ygual a la. D C.y ſobre D E(por la.1. propoſicion) haga ſe el triãgulo de lados yguales. Z D E, y tireſe la linea, Z C· Digo q̃ la linea recta, Z C·ſale dela linea. A B en angulos rectos deſde el



puncto ſeñalado en ella que es·C.Porq̃.D C.es ygual a la . C E.y la linea. Z C.es comũ luego las dos.D C.C Z.ſon yguales a los dos. E C. C Z. la vna a la otra y la baſis. D Z(por la . 1. propoſiciõ) es ygual a la baſis.EZ.luego el angulo. D C Z. es ygual(porla.8.propoſiciõ)al angulo.E C Z . y eſtan de vna y otra parte.Y quãdo eſtando vna linea recta ſobre otra linea recta hiziere de vna y otra parte angulos entre ſi yguales, cada vno de los angulos yguales es recto(por la.10. definicion) luego el angulo. D C Z. y el angulo, Z C E.ſon rectos. Luego ſaco ſe la linea recta. Z C.ẽ angulos rectos de la linea recta . A B·y deſde el pũcto.C.ſeñalado en ella, q̃ conuino hazer ſe.

Ploblema.7. ' Propoſicion.12.

¶ Tirar vna linea recta perpendicular ſobre vna linea recta dada infinita deſde vn puncto que no eſte en ella,

Sea vna linea recta infinita,y ſea eſta. A B. y el puncto dado que no eſte en ella ſea. C.conuiene ſobre la linea recta dada infinita. A B.deſde el puncto,C.q̃ no eſta en ella tirar vna linea recta perpẽdicular .Tomeſe en la vna parte dela miſma linea recta. A B.vn puncto a caſo y ſea.E.y ſobre la.C. como centro.Y ſegun la diſtancia.C E. deſſe(por la.3.peticiõ) el circulo.E Z I.y corteſe(porla.10.propoſicion) E I.ẽ dos partes yguales en el puncto.T.y tiren ſe (porla.1.peticiõ)las lineas rectas.C I. C E.C T.Digo q̃ la linea recta.C T.eſta tirada perpẽdicular ſobre la linea recta dada infinita. A B. deſde el pũcto

cto dado. C. q̃ no esta en ella. Porque. I T.. es ygual ala. T E. y la. T C. es comũ luego las dos. I. T. C T. sõ yguales a las dos. ET. CT la vna a la otra, Y la basis C I. ala basis. CE. es ygual (por la difinicion quinze) luego el angulo. C T I. es ygual (por la. 8. propoſiciõ) al angulo. C T E. Y eſtan de vna y otra parte. Y quãdo eſtãdo vna linea recta ſobre otra linea recta hiziere de vna y otra parte angulos entre ſi yguales, cada vno delos yguales angulos es recto (por la. 10. difiniciõ) y la linea recta q̃ eſta encima ſe llama pepẽdicular. Luego ſobre la linea recta dada infinita. A B. deſde el pũto. C. dado q̃ no eſta ẽ ella, eſta tirada la perpẽdicular. C T. q̃ cõuino hazerſe.

Thorema. 6. Propoſition. 13

Quando eſtãdo vna linea recta ſobre otra linea recta hiziere angulos, o hara dos rectos o yguales a dos rectos.

¶ Eſtando vna linea recta. A. B, ſobre la linea recta, C, D, haga los ãgulos, C BA, A B D. digo q̃ los angulos. C B A. A B D. o ſon dos rectos, o yguales a dos rectos. Si el angulo. C B A. es ygual al angulo A B D. ſerã ya dos rectos.

Pero ſino ſaqueſe (por la. 11. propoſicion) deſde el puecto. B. dado en la linea. C D, la linea. B E. en angulos rectos. Aſſi que los angulos. C B E. E B D (por la difinicion. 10) ſeran rectos. Y porq̃ el angulo. C B E. es ygual a los dos angulos. CB A. A B E, pongaſe por comun el angulo. D B E. luego los angulos C B E. E B D. ſon yguales a los tres angulos q̃ ſon. C B A. A BE. EBD. De mas deſto porq̃ el ãgulo. D BA. es ygual a los

dos

dos angulos D B E.E B A.Pōgase por comũ el angulo.A BC luego los angulos.D B A.A B C.son yguales a los tres āgulos D B E. E B A.A B C.Y esta demonstrado q̃ los āgulos.C B E. E B D.sõ yguales a los mismos tres,y las cosas q̃ a vna misma sõ yguales(por la.1.comũsentẽtia)son entre si yguales:luego los āgulos.C B E.E BD.sõ yguales a los āgulos.D B A.A B C y los angulos D B E.C B E.son dos rectos, luego tābien los angulos.D B A.A B C.son yguales a dos rectos.Luego quando estādo vna linea recta sobre otra linea recta hiziere angulos,o hara dos rectos o yguales a dos rectos,lo qual fue conueniente demonstrarse.

Thorema.7. Proposiciõ. 14.

¶Si de alguna linea recta:y de vn puncto suyo tiradas dos lineas rectas hazia diuersas partes de vna y otra parte hizierẽ angulos yguales a dos rectos, ellas entre si seran en derecho de linea recta.

De alguna linea recta. A B. y de vn punto en ella. B. las dos lineas rectas.B C.B D.no tiradas hazia vna misma parte hagan de vna y otra parte los angulos.A B C.A B D.yguales a dos rectos .Digo que la linea recta.B D.esta en derecho de la linea.CB.porq̃ si a la linea.BD.no le esta ẽ derecho la linea B C.estele a la.D B.la linea.B E puesta ẽ derecho.Pues porque la linea recta.A B. cayo sobre la linea recta.DBE.luego los angulos.A B D.A B E. son yguales a dos rectos(por la.13.proposicion) po los angulos.A B C.A B D.son yguales a dos rectos,luego las angulos.D B A.A B E. son yguales a los angulos. C B.A. A B D. y quitado el angulo comun A B D.luego el angulo que resta.A B E.es ygual al angulo que

resta.A B C.el menor al mayor,lo qual es impossible.Luego la linea.B E.no esta en derecho ala linea.B D.Tambien de la misma manera demostraremos que ni otra linea fuera de la linea.B C,luego ala linea.D B.estale en derecho la linea.B C luego si de alguna linea recta y de vn pũto suyo, tiradas dos lineas rectas acia diuersas partes,hizieré angulos devna y otra partey guales a dos rectos,ellas entre si estaran en derecho de linea recta,que conuino demostrarse.

Thorema.8. Proposiciõ. 15.

¶Si dos lineas rectas se cortaren entre si, harã los angulos contrarios yguales entre si.

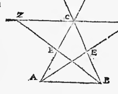
Cortense entre si las dos lineas rectas.A B.C D.enel pũto E.digo q̃ el angulo.A E C.es ygual al angulo.D E B. porque cayendo la linea recta.A E.sobre la linea recta.C D.haze los angulos. C E A.A E D.luego los angulos.C E A.A E D.son yguales a dos rectos (por la.13.Proposiciõ) Item,porq̃ la linea recta D E.cae sobre la linea recta.AB.haziẽdo los angulos.A E D. D E B. luego los angulos.A E D. D E B. son yguales a dos rectos (por la misma.13. proposiciõ) y esta demostrado q̃ los angulos.CEA A E D. son yguales a dos rectos,luego los angulos . C E A. A E D.son yguales alos angulos.A E D. D E B.quitado pues el comun. A E D. el angulo.C E A. que resta,es ygual al angulo que resta.D E B.dela misma forma se demostrara q̃ tãbien los angulos.C E B. D E A.son yguales, Luego si dos lineas rectas se cortarẽ entre si,haran los angulos contrarios yguales entre si,que conuino demostrarse.

Theorema

Theorema. 9. Proposicion. 16.

¶ Estendido vn lado de qualquier triangulo el angulo exterior es mayor que qualquiera de los angulos interiores oppuestos.

Sea el triãgulo. A B C. y estiẽda se vn lado suyo y sea.BC hasta en.D. digo q̃ el angulo exterior. A C D. es mayor q̃ qual quiera interior que este puesto enla parte contraria, esto es, que el angulo.C B A. o,B A C.cortese la linea.A C.ẽ dos partes yguales(por la.10.proposicion)enel puncto.E.y estendida la linea.B E.por la.2.peticiõ)tirese asta el pũcto.Z.y (por la.3. proposiciõ) desse la linea E Z.ygual a la B E,y tirese.Z C(por la primera peticiõ) yestiẽdase(por la.2.peticiõ la linea. A C. asta en . I.



Pues porq̃. A E. es ygual ala E C,y la . B E, a la.E Z.luego las dos . A E. E B.son yguales a las dos,C E, E Z.la vna a la otra, y el angulo A E B. (por la decima quinta proposiciõ)al angulo.Z E C.por ser oppuestos Luego la basis.A B.es ygual a la basis.Z C. y el triangulo . A B E.ygual al triangulo.Z E C.y los de mas angulos son yguales a los demas angulos el vno al otro debajo de los quales se estienden yguales lados(por la,4.proposicion)luego el angulo.B A E.es ygual al angulo.E C Z.pero el angulo.E C D. es mayor que el angulo,E C Z.Luego mayor es el angulo. A C D.que el angulo.B A I.Dela misma forma si se corta ẽ dos partes yguales la linea.B C.se demostrara q̃ el angulo.B C I. conuiene a saber q̃ el angulo A C D,es mayor q̃ el angulo.A B D. luego estẽdido el vn lado de qualquier triangulo, es mayor el angulo exterior q̃ qualquiera de los interiores oppuestos,que es lo que se hauia de demostrar.

Theorema.10. Proposicion.17.

Tomados

Tomados de q̃lquiera suerte los dos angulos de q̃lquier triágulo son menores q̃ dos rectos

Sea el triangulo. A B C. digo que los dos angulos del mismo triangulo. A B C. tomados de qualquier manera, son menores que dos rectos. Porque estiendase (por la. 2. petition el lado. B C. asta en. D, Y porq̃ del triágulo. A B C (por la precedente) el angulo exterior que es. A C D. es mayor que el angulo. A B C. interior. Admitase el angulo comũ. A C B. son pues los angulos. A C D. A C B. mayores q̃ los ãgulos. A B C. B C A. Y (por la. 13. proposition) los angulos. A C D. A C B son yguales a dos rectos Luego los angulos. A B C. A C B. son menores q̃ dos rectos. Dela misma forma mostraremos tambien que los angulos. B A C. A C B. son menores q̃ dos rectos, y tambien los angulos. C A B. A B C. Luego tomados de qualquiera suerte los dos angulos de qualquier triangulo son menores que dos rectos. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 11. Proposicion. 18.

¶ El mayor lado de todo triangulo se estiende debaxo del mayor angulo.

Sea el triãgulo. A B C que tenga el lado. A C mayor q̃ el lado. A B. digo que tambien el angulo. A B C. es mayor q̃ el angulo. B C A. porque. A C. es mayor que. A B. hagasse ygual la linea. A D. ala. A B (por la. 3. propoficiõ) y (por la. 1. peticiõ) tirese la linea. B D. y porq̃ del triangulo. B D C. el angulo exterior A D B. (por la ꝓposiciõ 16) es mayor que el angulo oppuesto y interior. D C B. y es ygual (por la. 5 proposicion) el angulo. A D B. al angulo. A B D. porq̃ el lado. A B.

es ygual

es ygual al. A D. luego mayor es el angulo. A B D. que el angulo. A C B. luego mucho mayor es el angulo. A B C. que el angulo. A C B. luego el mayor lado de todo triangulose estiẽ de debaxo de mayor angulo, que conuino demostrarse

Thorema.12. Proposicion. 19.

¶Debaxo del mayor angulo de todo triangulo se estiende mayor lado.

Sea el triangulo. A B C. que tẽga el angulo. A B C. mayor q̃ el angulo. BC A. digo que el lado. A C. es mayor q̃ el lado. A B. porque sino lo es, o sera el lado. A C. ygual al lado. A B. o menor que el. Ygual no lo es el lado. A C. al lado. A B. que seria (por la.5. proposiciõ) ygual el angulo. A B C. al angulo A C B. no es ygual, luego el lado. A C. en ninguna manera es ygual al lado. A B. Tãpoco el lado. A C es menorque el lado. AB. porque el angulo. A B C. seria menor q̃ el angulo. A C B. pero no lo es, luego el lado. A C. en ningunamanera es menor que el lado. A B Luego mayor es el lado. A C. q̃ el lado. A B. luegodebaxo del mayor angulo de todo triangulo se estiende mayor lado. Loqual conuino demostrarse.

Theorema.13. Proposiciõ. 20.

¶Los dos lados de todo triãgulo tomados ẽ qualquier manera son mayores q̃ el q̃ resta.

Sea el trianguIo. A B C. Digo que los lados del mismo triangulo. A B C. son mayores que el que resta de qualquierma nera

nera que se tomen, es a saber. B A. A C.mayores que. B C. y B C. A B. que.A C. y B C. C A.que el mismo.A B.tienda se (por la,2, petitiõ),B A,hasta el punto,D,y (por la.2,propositiõ)pongase,A D,ygual ala,A C.y tirese.D C.Pues porque D A.es ygual ala.AC.esygual,el ãgulo.A DC.(por la.5.propositi on)al angulo.A C D y el angulo.B C D.es mayor que el angulo.ACD.luego el angulo. BCD es mayor que el angulo.A.DC y porq̃ es el triangulo. D C B. que tiene mayor el angulo.B C D.q̃ el angulo.A D C. y al mayor angulo se le estiẽde mayor lado(por la.18.propositiõ)luego.DB.es mayor q̃ B C.po es ygual.D B alas dos.A C.AB.luego mayores sõ los lados.B A AC q̃ el mismo.B C.De la misma forma demostraremos q̃ tã bien los lados.A B. B C.son mayores q̃ C A. y tambien. B C C A.q̃ A B. luego los dos lados de todo triangulo tomados en qualquier manera son mayores que el que resta, lo qual conuino demostrar se

Theorema. 14. Proposicion.21.

¶Si delos terminos del vn lado de vn triãgulo se dierẽ dentro del dos lineas rectas:las que se dierẽ seran menores que los dos lados del triangulo y contendran mayor angulo.

Sobre el lado.B C.del triãgulo. A BC.desde los terminos dela misma.B C deuse dos lineas rectas dentro del.B D. C D digo que.B D. C D.son menores que los lados. B A. A C, q̃ restan del triangulo,y que el angulo.B D C.es mayor que.B

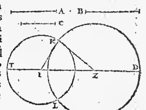
D A C.

porque estiēdase (por la. z. peticiō) la linea. B D. asta. E. y porque (por la. zo. proposiciō) los dos lados de todo triangulo son mas largos que el restante, seran los dos lados. A B A E. del triangulo. A B E, mayores que. B E. y puesta comun la linea. E C. luego las lineas. B A. A C. son mayores que las lineas. B E. E C. Y por que por la misma. los dos lados. C E. E D del triangulo. C E D. son mayores que. DC. puesta pues comū. B D. serā mayores las lineas. C E. E B. que las lineas. C D. DB. y esta demostrado que B A. A C. son mayores que. B E. E C. Luego mucho mayores son B A. A C. que las lineas. B D. D C. Demas desto porq̃ (por la 16. proposicion) el angulo exterior de qualquiera triangulo es mayor que el opuesto interior, luego el angulo. B D C. exterior del triangulo. C D E. es mayor que el angulo. C E D. Por lo qual tambien el angulo exterior. C E B. del triangulo A B E. es mayor que el angulo. B A C. Pero esta demostrado que el angulo. B D C. es mayor que. C E B. Luego mucho mayor es el angulo. B DC. que el angulo. B A C. Luego si de los terminos del vn lado de vn triāgulo se dieren dentro del dos lineas rectas las que se dieren seran menores que los dos lados que restan del triangulo, y contendran mayor angulo. Lo qual conuino demostrarse.

Problema. 8. Proposicion. zz.

¶ Hazer vn triangulo de tres lineas rectas que sean yguales a tres lineas rectas dadas: pero cōuiene que las dos lineas sean mayores que la que resta tomadas de qualquier manera, por que los dos lados de todo triangulo tomados de

de qualquier manera son mayores q̃el restãte

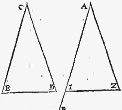


Seã tres lineas rectas dadas. A.B.C. dos delas quales tomadas en qualquier manera seã mayores q̃ la restãte, es a saber. A. B. mayor q̃ C. y A.C. mayor q̃. B. y C B, mayor q̃. A. cõuiene de tres lineas rectas yguales a las tres. A.B.C. hazer vn triãgulo. Desse vna linea terminada d̃la parte. D. pero no terminada por la parte. T. y (por la. 3. proposiciõ) ponga se la linea. D Z. ygual a la. A. y ala. B. la linea. Z I. Pero ala. C. la linea T I, y sobre el cẽtro. Z. y espacio. Z D (por la. 3. peticiõ) describa se el circulo. L K D. y tãbien sobre el centro. I. y el espacio. I T (por la misma peticiõ) desse el circulo T L K. y tirése (por la primera peticiõ) Z K. I K. Digo q̃ el triãgulo. K Z I. se ha hecho de tres lineas rectas yguales a las tres. A.B.C. Porque el pũcto. Z. es cẽtro del circulo. D K L. es ygual (por la. 15. definiciõ) Z D. ala. Z K. y la A. es ygual a la. Z D. luego tãbien. Z K. es ygual (por la. 1. comũ sentẽcia) a la. A. Itẽ porq̃ el pũcto. I, es cẽtro del circulo. L K T. es ygual. I K a la. I T. y la. C. es ygual a la. I T. luego la. I K. es ygual (por la. 1. comũ sẽtẽcia) ala C. y la Z I. es ygual a la. B. (por la suppositiõ) luego las tres lineas rectas. I Z. Z K. K I. son yguales a las tres A. B. C. luego de tres lineas rectas q̃ son. I Z. Z K. K I. q̃ sõ yguales a las tres lineas dadas A. B. C. esta hecho el triãgulo. K Z I. lo qual fue cõueniẽte hazerse.

Ploblema. 9, Proposiciõn. 23,

¶ Sobre vna linea recta y en vn puncto enella señalado hazer vn angulo de lineas rectas ygual a vn angulo dado de lineas rectas,

❧Sea la linea dada. A B. y el puncto dado en ella sea. A. y el angulo dado rectilineo sea. D C E. cõuiene poner ẽla linea recta dada. A B. y enel pũcto ẽ ella dado. A. vn angulo rectilineo ygual al angulo rectilineo dado. D C E. Seã a ca so en la vna y otra linea. C D C E. vnos punctos, y sean estos. D E. y tirese. D E (por la. 1. petició) Y de las tres lineas rectas Z A. Z I. I A, que son yguales a las tres lineas rectas dadas C D. D E. E C. haga se (por la precedente vn triangulo, y sea A Z I. De manera que la linea. C D. sea ygual a la linea. A Z. y. C E. a la linea. A I. Y tambien. D E. a la, Z I. y porque las dos lineas D C. C E. son yguales a las dos lineas. Z A. A I, la vna a la otra, y la basis. D E. (por la suppositiõ) a la basis. Z I. Luego el angulo. D C E. es ygual al angulo. Z A I (por la. 8. proposicion) luego en la linea recta dada. A B. y enel puncto en ella señalado. A. esta dado el angulo rectilineo. Z A I. ygual al angulo rectilineo. D C E. que conuino hazerse.



Problema. 15 Propositiõ. 24

¶ Si dos triãgulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados, el vno al otro, pero mayor el vn angulo contenido de yguales lineas rectas que el angulo, tendran tambien la basis mayor que la basis.

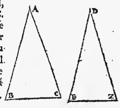
❧Sean los dos triangulos. A B C. D E Z. que tengan los dos lados. A B. A C. yguales a los dos lados. D E. D Z. el vno al otro

otro, conuiene saber, el lado. A B. al lado. D E. y el lado. A C. al lado. D Z. pero el angulo. B A C. sea mayor que el angulo E D Z. Digo que tambien la basis. B C. es mayor que la basis E Z. porque siendo el angulo. B A C. mayor que el angulo. E D Z. pongase (por la proposicion. 23) en la linea recta. D E. y en el puncto. D. en ella el angulo. E D I. ygual al angulo. B A C. y ponga se la. D I. ygual a la vna de las dos. A C. D. Z. y tirense (por la primera peticion. I E. Z I. Pues porque. A B es ygual a la. D E. y A C. a la. D I. son yguales las dos lineas, B A. A C. a las dos lineas. E D. D I. la vna ala otra, y el angulo. B A C (por la veynte y tres proposicion) ygual al angulo. E D I. Luego la basis. B. C. (por la quarta proposiciõ) es ygual a la basis. E I. Iten porq̃ es ygual. D I. a la. D. Z. luego el angulo. D I Z. es ygual al angulo. D Z I. Luego el angulo. D Z I. es mayor que el angulo. E I Z. es pues mucho mayor el angulo E Z I que el angulo. E I Z. Y porque es el triangulo E Z I. que tiene el angulo. E Z I. mayor el ãgulo. E I Z. Y el mayor angulo tiene opuesto mayor lado (por la. 18. proposicion) luego mayor es el lado, E I. que el lado E Z y es ygual el lado. E I. al lado B C, luego el lado B C. mayor es q̃ el lado. E Z. luego si dos triangulos tuuierẽ los dos lados yguales a los dos lados, y lo que de mas se sigue como en la proposicion. Lo qual conuino demostrar.

Theorema. 16. Proposicion. 25.

¶ Si dos triãgulos tuuierẽ los dos lados yguales a los dos lados el vno al otro: pero la basis mayor q̃ la basis tẽdrá tãbiẽ el angulo cõtenido de yguales lineas rectas mayor q̃ el ãgulo.

❧ Siẽdo dos triangulos.A B C.D E Z.que tengan los dos lados.A B. A C.yguales a los dos lados.D E. D Z.el vno al otro esto es A B,al mismo.D E.y A C.al mismo.D Z.pero la basis B C.sea mayor que la basis.E Z.Digo q̃ el ãgulo.B A C.es mayor q̃ el angulo.E D Z.porq̃ sino, o es ygual a el, o menor que el, ygual no lo es el angulo. B A C. al angulo. E DZ.Porque si fuesse ygual, la basis tambien B C (por la.4.proposicion)seria ygual a la basis.E Z. pero no lo es, luego el angulo. B A C. en ninguna manera es ygual al angulo.ED Z.ni tãpoco es menor el angulo.B A C. que el angulo E D Z.Por que la basis.B C.seria menor q̃ la basis.EZ.Pero no lo es.luego el angulo. B A C. no es menor q̃ el angulo.ED Z.Y esta demostrado q̃ ni ygual.Luego mayor es el ãgulo.B A C. que el angulo E D Z.Luego si dos triangulos tuuierẽ y lo que se sigue como enel theorema que cõuino demostrar.

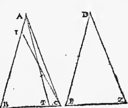


Theorema.17. Propositio. 26.

❧ Si dos triangulos tuuieren los dos angulos yguales a los dos angulos:el vno al otro : y el vn lado ygual al vn lado : aora el q̃ esta entre los dos angulos yguales:o el que se opone al vño de los yguales angulos tendran tambien los demas lados yguales a los demas lados el vno al otro:y el ãgulo restãte al ãgulo restãte.

❧ Sean los dos triangulos.A B C.D E Z.que tengan los dos angulos. A.B C,B C A.yguales a los dos angulos D E Z.E ZD el vno al otro,es a saber,el angulo.A B C.al angulo. D E Z.y el angulo.B C A.al ãgulo.E Z D.y el vn lado ygual al vn lado y q̃uãto a lo primero sea el que esta entre los dos angulos, esto es

efto es,el lado.B C.al lado.E Z.Digo q̃ los demas lados los tẽdran tãbien yguales a los de
mas lados,el vno al otro,esto
es el lado.A B.al lado D E. Y
el lado.A C.al lado.D.Z.y el
angulo q̃ resta ygual al angu
lo q̃ resta,es a saber.B A C.al
mismo.E D Z.Porq̃ si.AB.no
es ygual a D E.sera la vna ma
yor,sea mayor.A B.y ponga
se(por la.3.proposiciõ) la li-



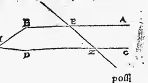
nea.I B.ygual a la linea.D E,y tirese.I C.pues porq̃.I B.es ygual a la.D E.Y la.B C.a la.E Z,luego las dos lineas.I B. B C.son yguales a las dos.D E. E Z.la vna a la otra,y el angulo.I B C.al angulo.D E Z.es ygual,luego la basis.I C (por la.4.proposiciõ)es ygual a la basis.D Z.y el triangulo.I B C.es ygual al triangulo.D E Z.Y los demas angulos seran yguales a los demas ãgulos debajo delos quales se tiẽdẽ yguales lados Luego ygual es el angulo.I C B.al angulo.D Z E.Y el angulo D Z E.se supone ser ygual al mismo.B C A. Luego el angulo B C I(por la.1.comũ sentẽcia)es ygual al angulo.B C A.el menor al mayor,q̃ es impossible.Luego.A B.no es desigual a la D E.sera pues ygual.y es tãbien.BC.ygual a la.E Z.Luego ya A B.B C son yguales a.D E.E Z.la vna a la otra,y el angulo.A B C.es ygual al angulo.D E Z.Luego(por la.4.propositiõ) la basis.A C.sera ygual a la basis.D Z,y el angulo.B A C.restãte ygual al angulo.E D Z.restante.Demas desto seanyguales los lados q̃ se estiẽden a yguales angulos,y sean.A B DE.Digo otra vez que los demas lados seran yguales a los demas lados,es a saber,el lado.AC al lado.DZ.y el lado.BC.al lado E Z,y demas desto el ãgulo restãte.B AC,al ãgulo q̃ resta.ED Z.sera ygual.Porq̃ si.BC.no es ygual.a E Z.el vno dellos sera mayor.Sea pues mayor si es possible el lado.B C,y (por la.3.ꝓposiciõ)põgase ygual la linea.BT.ala linea,EZ.Y tirese(por la.1.peticiõ)A T.Y por q̃.B T.es ygual ala.E Z.y AB a la DE.

luego las dos A B.B T.son yguales a las dos.D E.E Z. la vna a la otra, y contienē yguales angulos. Luego la basis. A T. (por la.4.proposiciō)es ygual a la basis.D.Z.y el triāgulo. A B T.al triangulo.D E Z es ygual.Y los de mas angulos son yguales a los demas angulos debajo delos quales se estienden yguales lados,Luego el angulo.B T A.es ygual al angulo. D Z E.Y el angulo.E Z D.es ygual al angulo B C A.sera pues el angulo.B T A.ygual al angulo.B C A.luego el angulo exterior.B T A del triangulo.A T C.es ygual al angulo interior y opuesto.B C A.Lo qual(por la.16.proposicion)es impossible Luego el lado.E Z.no es desigual al lado.B C, y es.A B.ygual a la.D E.Luego las dos.A B.B C. son yguales a las dos D E.E Z.La vna a la otra y contienen yguales angulos,luego la basis.A C(por la.4.proposicion)es ygual a la basis.D Z. Y el triangulo.A B C.al triangulo.D E Z.y el angulo que resta. B A C.es ygual al angulo.E D Z.que resta.Luego si dos triangulos tuuieren los dos angulos yguales a los dos angulos, y lo de mas como en el theorema.Lo qual cōuenia demostrarse

Theorema.18 Proposiciō.27

¶Si cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas hiziere los āgulos alternos entre si yguales las mismas lineas rectas serā entre si parallelas.

Porque cayendo la linea E Z.sobre las dos lineas rectas. A B.C D.haga entre si yguales los angulos alternos. A E Z. E Z D.Digo que es paralella.A B. a la.C D. por que sino,estendidas se juntarā, o hacia las partes. B D. o hacia.A C.estiendāse pues y concurran hacia las partes.B D.enel puncto.I.si es possi



possible.Luego el angulo exterior.A E Z.del triangulo.I E Z es ygual al angulo.E Z I.interior,y oppuesto.Lo qual(por la 16.proposicion)es impossible.Luego.A B.C D.estendidas hacia las partes,B D.en ninguna manera concurren. Tambien de la misma suerte se demostrara que ni hacia las partes.A C y las lineas que en ninguna parte concurren son parallelas (por la vltima difinicion)luego.A B.es paralella a la.C D.Luego si cayendo vna linea recta,y lo demas como en el theorema que se hauia de demostrar.

Theorema. 19. Proposicion.28.

¶Si cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas hizieren el angulo exterior ygual al interior y oppuesto hacia vnas mismas partes,o los interiores hacia vnas mismas partes yguales a dos rectos,será paralellas entre si las mismas lineas rectas.

Si cayendo la linea recta.E Z . sobre las dos lineas rectas A B.C D.hicieren el angulo exterior,E I B . ygual al angulo interior y oppuesto.I T D.o los interiores hacia vna misma parte,es a saber.B I T.I T D.yguales a dos rectos. Digo que es paralella la linea. A B.a la linea . C D. Porque el angulo. E I B(por la supposiciõ) es ygual al angulo. I T D.y el angulo. E I B(por la 15)es ygual al angulo.A I T.luego el angulo A I T. es ygual al angulo.I T D.y son alternos(por la veynte y siete proposi

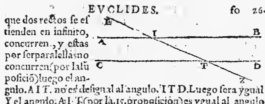
proposicion) luego es parallella. A B. a la. C D. Demas desto porque los angulos. B I T. I T D. son yguales a dos rectos (por la supposicion) y los angulos. A I T. B I T (por la treze proposicion) son yguales a dos rectos. Luego los angulos A I T, B I T. son yguales a los angulos. B I T. I T D. Quite se el angulo comun, B I T. luego el restante, A I T. es ygual al restante. I T D. y son alternos. Luego parallela es. AB. a la. CD. luego si cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas, y lo demas como en la proposicion, que es lo q̃ se auia de demostrar.

Theorema. 20. Proposicion. 29.

¶ Cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas paralellas, hara los angulos alternos entre si yguales: y el exterior ygual al interior y opuesto hacia vnas mismas partes: y los dos interiores hacia vnas mismas partes yguales a dos rectos.

Caya sobre las lineas rectas parallelas. A B. C D. la linea recta. E Z. Digo, que hace yguales los angulos alternos. A I T y I T D, y el angulo exterior. E I B. al interior y opuesto hacia vnas mismas partes, esto es, al angulo. I T D, y los interiores y acia vnas mismas partes que son. B I T. I T D. yguales a dos rectos. Porque si. A I T. no es ygual a. I T D. el vno dellos es mayor, sea mayor. A I T. Pues porque. A I T. es mayor q̃ I T D. pongase por comun el angulo. B I T, luego los angulos. A I T. B I T. son mayores que. B I T. I T D. y los angulos A I T. T I B (por la. 13. proposicion) son yguales a dos rectos, luego los angulos. B I T. I T D. son menores que dos rectos y (por la quinta peticion) las lineas que haziendo menores

que



que dos rectos se estienden en infinito, concurren., y estas por ser paralellas no concurren(por la suposiciõ)luego el angulo. A I T. no es designal al angulo. I T D. Luego sera ygual Y el angulo. A I T.(por la.15.proposición)es ygual al angulo E I B. Luego el angulo. E I B (Por la.1. comun sentencia) es ygual al angulo. I T D. Pongase por comun. B I T. Luego los angulos. E I B. B I T. son yguales a los angulos. B I T. I T D. y los angulos E I B. B I T. son yguales a dos rectos(por la.13 proposicion)luego los angulos. B I T, I T D. son yguales a dos rectos. Luego cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas paralellas, y lo de mas como en la proposicion, que cõ u enia demostrar.

Theorema.21. Proposition. 30.

¶Las lineas rectas que a vna misma son paralelas entre si son paralellas.

Sean. A B. C D. paralellas a la. E Z. digo que. A B. es paralella a la. C D. caya sobre ellas la linea recta. I T K. porque la linea recta. I T K. cae sobre las lineas rectas paralelas. A B. E Z. luego sera ygual el ãgulo. A I T. al angulo. I T Z. (por la.29.proposicion) Item porque sobre las lineas rectas paralellas. E Z. C D. cae la linea recta. I K. es, por la misma, ygual. I T Z. al. I K D. Y esta declarado q̃. A I T. es ygual al angulo. I T Z. y que I K D. es ygual a. I T Z. luego. A I K. es ygual a I K D. y son alternos, luego paralella es. A B. a la C D. que es lo que se auia de demostrar.

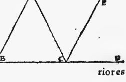
Problema

¶ Por vn puncto dado tirar vna linea recta parallela a vna linea recta dada.

Sea. A. el puncto dado, y la linea recta dada sea. B C. conuiene por el puncto dado. A. tirar vna linea recta paralella a la linea recta. B C. Tomese vn puncto a caso en la misma linea recta. B C. y sea, D. y tirese (por la. 1. peticion) la linea. A D (y por la proposicio n. 23) hagase sobre la linea recta dada A D, y en el puncto. A. señalado ẽ ella, el angulo. D A Z. ygual al angulo dado. A D B. y estiẽda se le la linea A Z. derechamente a la linea A E (por la. 2. peticion) Y porque cayendo la recta linea. A D. sobre las lineas rectas. B C. E Z. hizo entre si yguales los angulos alternos. Z A D. A D B. sera pues. E Z. paralella a la. B C. (por la propositiõ. 27) luego por el puncto dado. A. se tiro la linea recta. E A Z. paralella a la linea recta. B C. Lo qual conuino hazerse.

Theorema. 22. Proposicion. 32.

¶ Estendido el vn lado de todo triãgulo el angulo exterior es ygual a los dos interiores de la parte cõtraria: y los tres interiores angulos del triangulo son yguales a dos rectos.



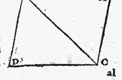
Sea el triãgulo. ABC. y estiẽdase vn lado suyo; y sea B C. asta ẽ. D. digo que el angulo. A C D. exterior es ygual a los dos. C A B. A B C. interiores de la parte cõtraria: y los tres angulos interiores

riores.A B C.C B A.B A C.del triangulo son yguales a dosre ctos.Tirese(por la precedente)por el puncto.C.la linea.C E parallela a la linea recta.A B.Y porque.A B.es parallela a la C E.Y sobre las mismas lineas cae.A C.los angulos alternos. B A C.A C E.son entresi yguales.De mas desto porque A B. es parallela a la.C E.y sobre ellas cae la linearecta.B D.el angulo exterior,E C D(por las.27. 28. 29. proposiciones) es ygual al angulo interior.A B C.oppuesto . y demostrose, que A C E,es ygual al angulo.B A C.Luego todo el angulo exterior.A C D.es ygual a los dos interiores y opuestos,que son B A C.A B C,Y pongase por comun el angulo.A C B. Luego A C D.A C B.son yguales a los tres angulos.A B C.B C A . C A B.Pero A C D.A C B(por la.13. proposicion) son yguales a dos rectos,luego los angulos.A C B.C A B.C B A.sonygua les a dos rectos.Luego estendido el vn lado de todo triangu lo,y lo de mas que se sigue como enel theorema , q̃ conuino demostrarse

Theorema.23 Proposiciõ.33.

¶Las lineas rectas que juntan a ygualeslineas rectas y parallelas hacia vnas mismas partes, ellas mismas tambiẽ son yguales y parallelas.

Sean las lineas rectas yguales y parallelas.AB.CD. y junte las hacia vnas mismas partes las lineas rectas.A C.B D.digo que.A C.y B D.son yguales y parallelas.Tire se(por la primera peticion) la linea.B C.Y assi porque.A B.a la.C D.es parallela y sobre ellas cae.B C.los angulos alternos.A B C.B C D.sõ entre si yguales(por la.29. proposicion)y porque.A B.es ygual ala C D.y comun.B C. luego las dos A B.B C.son yguales a las dos. B C,C D.Y el ãgulo.A B C. es ygual al

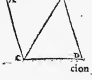


al angulo. B C D. luego la basis. D B (por la. 4. proposició) es ygual a la basis. A C. y el triangulo A B C. es ygual al triágulo B C D. y los demas angulos son yguales a los de mas angulos el vno al otro debajo delos quales se tienden yguales lados. Luego el angulo. A C B. es ygual al angulo C B D. y el angulo. B A C al angulo. B D C. y porq̃ sobre las dos lineas rectas. A C. B D. cae la linea recta. B C. haziendo yguales los angulos alternos A C B. C B D. entresi, luego. A C. parallela es a la. B D (por la. 27. proposicion) y esta demostrado q̃ tambié le es ygual. Luego las lineas rectas q̃ juntã a yguales lineas rectas y parallelas hacia vnas mismas partes, ellas mesmas tã bien son yguales y parallelas, lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 24. Propositio. 34.

¶ Los lados oppuestos y los ãgulos delos espacios de lados parallelos, sõ yguales entre si: y la diagonal los corta en dos partes yguales,

Sea el espacio de lineas parallelas. A C D B. y su diagonal sea. B C. digo que los lados y los angulos contrarios del espacio A C D B de lados parallelos son entre si yguales, y la diagonal. B C. le diuide en dos yguales partes. Porq̃ por ser. A B parallela a la. C D. y sobre ellas cae la linea recta. B C (por la 29. propositió) los angulos alternos, A B C. B C D. son entre si yguales, Demas desto porque. A C. es parallela a la. B D, y sobre ellas cae la linea recta. B C. los angulos alternos. A C B C B D. son entre si yguales, Luego sólos dos triangulos. A B C, B C D. que tienen los dos angulos. A B C. A C B. yguales a los dos angulos. B C D. C B D el vno al otro, y el vn lado entre los dos angulos yguales ygual al vn lado y comun. B C. a entrambos, luego (por la, 26, proposicion

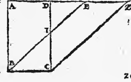


cion) los lados restantes seran yguales a los lados restantes el vno al otro, y el angulo que resta ygual al angulo que rest. Luego el lado. A B. es ygual al lado. C D. y el lado. A C. al lado. B D. y el angulo. B A C. es ygual al angulo. B D C. Y porque el angulo A B C. es ygual al angulo B C D. y el angulo. C B D. al angulo. A C B. Luego todo el angulo. A B D. es ygual a todo el angulo A C D (por la. 2. comun sentencia) y esta demostrado que el angulo. B A C. es ygual al angulo. C D B luego los lados oppuestos y los angulos delos espacios de la dos paralelos son yguales entre si. Digo tābien que la diagonal le diuide en dos partes yguales. Porque. A B. es ygual a la C D. y la. B C. es comun, luego las dos. A B. B C. son yguales a las dos. B C. C D. la vna a la otra, y el angulo. A B C. es ygual al angulo. B C D. luego (por la. 4 proposiciō) la basis. A C. es ygual ala basis. B D. y el triangulo. A B C. es ygual al triāgulo B C D. luego la diagonal. B C. en dos partes yguales diuide al parallelogramo. A B D C. q̄ era lo que se hauia de demostrar

Theorema. 25. Proposition. 35.

¶ Los parallelogramos que estan en vna misma basis y en vnas mismas lineas parallelas son yguales entre si,

Sea los parallelogramos. A B C D. E B C Z. que estan en vna misma basis, esto es, B C. y en vnas mismas parallelas, es a saber. A Z. B C. Digo que el parallelogramo. A B C D es ygual al parallelogramo E B C Z. Por que es parallelogramo, A B C D. es ygual A D. ala. B. C. (por la. 34. proposicion) y por la misma ra



zon

zon tambien.E Z.es ygual a la,B C.y assi tambien A D.es ygual a la.E Z.y es comun la.D E.luego toda la. A E es ygual a toda la.D Z.Y la.A B.es ygual a la.D C.luego las dos. E A. A B.son yguales a las dos.Z D.D C.la vna ala otra,y el angulo.Z D C.es ygual al ãgulo.E A B.el exterior al interior. luego(por la.4.proposicion)la basis.E B.es ygual a la basis.Z. C y el triangulo.E A B.es ygual al triangulo.Z D C. quite se el comun triangulo.D I E.Luego el trapezio.E I C Z. es ygual al trapezio.A B I D.Pongase pues comun el triangulo.I B C. Luego todo el parallelogramo. A B C D.es ygual a todo el parallelogramo. E B C Z.Luego los parallelogramos que estan en vna misma basis,y lo de mas que se sigue,lo qual conuino demostrarse.

Theorema.26. Proposicion.36.

¶Los parallelogramos que estan en yguales basis y en vnas mismas parallelas son yguales entre si.

Sean los parallelogramos. A B C D.E Z I T.Puestos ẽ las yguales bases.B C. Z I.y en vnas mismas parallelas.A T.B I. digo que el parallelogramo. A B C D . es ygual al parallelogramo.E Z I T. Tirense. B E.T C. Y porque es ygual.B C ala Z I.Y la Z I es ygual a la.E T.Luego tambien.B C . es ygual a la. E T.y sõ parallelas, y juntan las la,B.E. C T. y las lineas que juntan a li neas yguales y parallelas son ellas tãbiẽ yguales y parallelas(por la propositiõ, 33) Luego.E B.T C.sõ yguales y parallelas.Es pues el parallelogramo.E B C T.ygual al parallelogrãmo. A B C D. porq̃

tiene

tiene la misma basis, esto es. B C. y en vnas mismas paralellas es a saber. B C. E T. y tambien por esto. E Z I T. es ygual a. E B C T, por lo qual el paralelogramo. A B C D. es ygual al parallelogramo. E Z I T. luego los parallelogramos que estā en ygnales bases, y lo de mas que se sigue como en el theorema que era lo que se hauia de demostrar.

Theorema. 27. Proposicion. 37.

¶Los triangulos que estā en vna misma basis y ē vnas mismas paralelas: son yguales entre si

Esten los triangulos. A B C. D B C. puestos en vna misma basis. B C. y ē las mismas lineas parallelas. A D. B C. digo que el triangulo. A B C. es ygual al triangulo, D B C. estienda se (por la. 2. peticiō) A D. de vna y otra parte asta en. E. Z. y por el puncto. B. tire se la linea B E. paralella a la. C A. (por la proposicion. 31.) y por el puncto. C. tire se. C Z. (por la misma) q̄ sea parallela a la. BD. Son pues parallelogramos. E B C A D B C Z. (y por la. 35. proposicion) es ygual el parallelogrāmo. E B C A. al paralelogrā mo. D B C Z. porque estan en vna misma basis. B C. y ēlas mismas parallelas. B C. E Z. y el triangulo. A B C. es la mitad del parallelogrāmo. E B C A. (por la. 34. proposicion) porq̄ la diagonal. A B. le diuide por medio, y el triangulo. D B C. es (por la misma) la mitad del parallelogrāmo. D B C Z. porq̄ la diagonal. D C. le diuide por medio y las cosas que son mitad de cosas yguales, entre si son yguales (por la. 7, comun sentēcia) luego el triangulo. A B C. es ygual al triangulo. DB C. Luego los triangulos que estā en vna mismas basis, y lo que se sigue como enel theorema q̄ era lo que se hauia de demostrar.



¶Los triangulos que estan en yguales bases y en vnas mismas parallelas son yguales entresi

Esten los triangulos.A B C.D E Z.en bases yguales, esto es,en.B C.E Z,y en vnas mismas parallelas,es a saber .B Z. A D. Digo que el triangulo.A B C.es ygual al triangulo. E D Z. estienda se(por la.2.peticion)A D.de vna y otra parte asta ẽ I,T.y por el puncto,B.tire se B I. parallela a la C A. (por la.31. proposicion) y por el puncto.Z.tirese.Z T parallela a la.D E (por la misma)luego parallelogramo es. I B C A. y tambien. D E Z T.y(por la.36.)el parallelogrãmo.I B C A. es ygual al parallelogrãmo.D E Z T,porq̃ estan ẽ yguales bases,esto es, B C.E Z.y en vnas mismas parallelas que son.B Z. I T.y el triangulo A B C.es(por la.34.proposicion)mitad del parallelogrãmo. I B C A.Porq̃ la diagonal A B.le diuide por medio, y el triangulo. D E Z.es(por la misma)mitad del parallelogrãmo.D E Z T.Porque la diagonal D Z.le diuide por medio,y las cosas que son mitad de cosas yguales,son yguales entresi (por la.7.comun sentencia)luego el triãgulo.A B C. es ygual al triangulo.D E Z.Luego los triangulos q̃ estan en yguales bases y en vnas mismas parallelas son yguales entre si, q̃ conuino demostrarse.

Theorema.29. Proposicion.39.

¶Los triangulos yguales que estan ẽ vna mis ma basis:y hacia vnas mismas partes estan en vnas mismas paralleias.

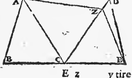
Esten

❧ Esten los dos triãgulos yguales. A B C. D C B en la misma basis. B C. y hacia vna mismas partes. Digo que estan ẽ vnas mismas parallelas, Tirese la linea. A D. digo que, A D es parallela a la. B C, porq̃ sino, tire se por el punto, A, la linea. A E. parallela a la. B C. (por la proposiciõ. 31) y tirese. E C. luego el triangulo E B C. (por la. 37. proposicion) es ygual al triangulo. A B C. porque estan en vna misma basis. B C. y en vnas mismas parallelas. A E. B C. y el triangulo. D B C. es (por la supposicion) ygual al triangulo. A B C. luego el triangulo. D B C. es ygual al triangulo. E B C. conuiene saber el mayor al menor, que es impossible, luego. A E. en ninguna manera es parallella con la B C. De la misma manera demostraremos q̃ ningũa otra fuera de. A D. luego. A D. parallela es a la. B C. luego los triangulos yguales, y lo que se sigue q̃ se hauia de demostrar.

Theorema. 30 Propositiõ. 40.

❧ Los triãgulos yguales que estan sobre basis yguales: y fabricados hazia vnas mismas partes, estan en vnas mismas parallelas.

❧ Sean yguales los triangulos. A B C. C D E y esten en bases yguales que es en. B C. C E. y hacia las partes. A D. Digo que estan en vnas mismas parallelas tirese. A D, por la. 1. peticiõ. Digo que. A D. es parallela a la. B E. Porque si no tirese por el pũcto. A. la linea. A Z. parallela a la B E. por la. 31. proposiciõ, y tire

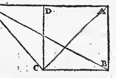


y tire se.Z E.luego el triangulo.A B C, es ygual al triangulo Z C E(por la.38)porq̃ estan en vnas mismas basis yguales. B C.C E.y en vnas mismas parallelas.B E.A Z.Y el triangulo.A B C es ygual al triangulo.D C E.luego el triangulo.D C E.es ygual al triangulo.Z C E,el mayor al menor que es impossible.Luego.A Z.en ninguna manera es parallela a la.B E.y de la misma manera demostraremos que otra ningunafuera de A D.luego.A D.parallela es a la.B E.q̃ cōuenia demostrarse.

Theorema.31. Proposicion.41.

¶Si vn parallelogramo y vn triangulo tuuieren vna misma basis:y estuuieren en vnas mismas parallelas: el parallelogrãmo sera el doblo del triangulo.

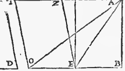
El parallelogrãmo.A B C D.y el triangulo.E B C.tengã la misma basis.B C.y esten en las mismas parallelas.B C.A E.Digo que el parallelogramo.A B C D.es el doblo del triangulo E B C.tirese(por la.1.peticion)la linea. A C. Luego el triangulo.A B C (por la 37)es ygual al triangulo. E B C. Porque estan en la misma basis.B C, y en las mismas parallelas. B C.A. E.y el parallelogramo.A B C D.es doblado al triangulo. AB C(por la.34.proposicion)porque la diagonal.A C.le diuide ē dos yguales partes,por lo qual el parallelogrãmo. A B C D. es el doblo del triangulo.E B C.luego si vn parallelogrãmo y vn triangulo,y lo que se sigue restante, que se auia de demostrar.



Problema.11. Propoficiõ.42.

Sobre

¶Sobre vn angulo dado rectilineo hazer vn parallelográmo ygual a vn triangulo dado,

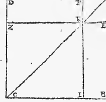


Sea el triágulo.A B C y el angulo rectilino dado sea.D. conuiene pues hazer en vn angulo recti lineo ygual al angulo.D. vn pallelo grãmo ygual al mismo triágulo.A B C cortese(por la,10.proposicion) la linea, B C, en dos yguales partes ẽn el puncto,E,y tirese(por la,1,petició)la linea, A E y (por la,23,proposicion)hagase sobre la linea recta, E C, en el puncto suyo,E,el angulo,C E Z,ygual al angulo,D,y (por la proposició,31)por el puncto,A.tirese, A I,parallela a la, E C,y ,por la misma,por el puncto,C,tirese,C I,parallela ala linea .E Z , Sera pues parallelogramo,Z E I. C,y doblo del tri angulo,A E C,por la precedente,y porq̃ es ygual,B E,a la , E C,el triangulo,A B E,por la,38,es ygual al triangulo , A E C, porq̃ estan ẽ las bases yguales.B E,E C,y enlas mismas para. lelas,B C, A I,luego el triangulo, A B C,es el doblo del trian gulo, A E C,Y porq̃ el parallelográmo,E C I Z,y el triangulo A E C,está sobre vna misma basis,E C, y entre vnas mismas pa ralelas,EC,A I,es doblado el parallelográmo,E C I Z,al triá gulo, A E C,por la precedente)Luego el parallelográmo . Z E C I.es ygual al mismo triangulo.A B C.y tiene el angulo. C E Z.ygual al angulo dado·D,Luego diose el parallelográmo Z E C I. ygual al triangulo. A B C.sobre el angulo rectilineo. CEZ.q̃ es ygual al angulo.D.lo qual conuino hazerse.

Theorema.32. Proposicion. 43.

¶Sõ yguales entre si los suplemẽtos de aq̃llos

parallelogramos que estan en la diagonal de todo parallelográmo,

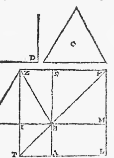


❧Sea el parallelográmo. A B C D. y su diagonal sea. A C. y en la diagonal. A C. esten los paralelográmos. E T. I Z. y los supplementos sean. B K. K D. digo que el supplemento. BK es ygual al supplemento, K D. Pues porq̃ es el parallelográmo. A B C D. y su diagonal. A C el triangulo. A B C (por la. 34. proposiciõ) es ygual al triangulo A D C. Itẽ porq̃. A E K T. es parallelográmo y su diagonal es. A K. Luego el triangulo. A E K. es por la misma, ygual al triangulo. A T K. y por esto tambiẽ el triangulo. K Z C. es ygual al triãgulo. K I C. y porque el triãgulo. A E K. es ygual al triangulo. A T K. y el triangulo. K Z C es ygual al triangulo. K I C. Luego los triangulos. A E K. K I C son yguales a los triangulos. A T K. K Z C. Y todo el triãgulo A B C. es ygual a todo el triangulo. A D C. Luego el supplemento. B K. que resta (por la. 3. comun sentencia) es ygual al supplemento. K D. q̃ resta. Luego son yguales entre si los supplementos de aquellos parallelográmos q̃ estan en la diagonal de todo parallelográmo. Lo qual conuino demostrar.

Problema. 12. Proposicion. 44.

❡Sobre vna linea recta dada en vn angulo dado rectilineo hazer vn parallelográmo ygual a vn triangulo dado,

Sea



Sea. A B. la linea recta dada y sea. C. el triãgulo dado, pero el angulo dado rectilineo sea. D. cõuiene pues sobre la linea recta. A B. hacer vn parellelogrãmo ygual al triãgulo dado C. ẽ vn ãgulo ygual al ãgulo. D Hagase (por la. 42) el palelogrãmo. B E Z I. ygual al triãgulo. C enl ãgulo, E B I. q̃ es ygual al ãgulo, D. y (por la. z. peticiõ) haga se B E. ẽ derecho dela. A B. y estiendase. Z I. asta en. T. y por el pũcto. A por la. 31. ꝓposiciõ, tirese la linea. A T. parallela a las dos. B I. E Z. y tirese (por la primera peticion) T B. Y porque sobre las parallelas. A T, E Z. cae la linea recta, T Z, luego los angulos, A T Z, T Z E, (por la. 29. proposicion) son yguales a dos rectos, y los angulos. B T I. I Z E. son menores q̃ dos rectos, y las lineas q̃ haziẽdo menores que dos rectos, se estiẽden en infinito concurren (por la. 5. peticiõ) Luego las. T B. Z E. estẽdidas en infinito cõcurrẽ, Estiendanse pues y concurran en. K. y, por la proposicion. 31. por el pũcto. K. tirese K L. parallela a las dos. E A. Z T y estiẽdase, por la. z. peticiõ las lineas. T A. I B. asta en los pũctos. L. M. luego es parallelogrãmo. T L K Z. y su diagonal es K T. y ẽ la misma diagonal. K T. estã los parallelogrãmos. A I M E. y los supplemẽtos son. L B. B Z. Luego, por la. 43. L B. es ygual a B Z. y B Z, por la. 42. es ygual al triãgulo. C. luego tãbiẽ. L B. es ygual al triãgulo. C. y porq̃ el angulo. I B E. por la. 15. es ygual al angulo. A B M, y el angulo. I B E. es ygual al angulo. D. luego el angulo A B M. es ygual al mismo. D. Luego sobre la linea recta dada. A B. esta hecho el pallelogrãmo. A M. ygual al triãgulo dado. C. en el angulo. A B M. que es ygual al angulo. D. lo qual conuino hazerse.

Problema. 13. Proposicion. 45.

❡Hazer vn parallelográmo ygual a vn rectilineo en vn angulo dado rectilineo.

Sea el rectilineo dado. A B C D. y el angulo dado rectilineo sea. E. conuiene hazer vn pallelográmo ygual al rectilineo. A B C D. en vn angulo dado rectilineo, tirese (por la petitió. 1.) la linea. D B. y (por la proposició. 4 2.) hagase el pallelográmo. Z T. ygual al triangulo. A B D. enel angulo. I T K. que es ygual al angulo. E. y por la. 4 4. ppoficiõ, hagase sobre la linea recta. I T. el pallelográmo. I M. ygual al triangulo. D B C. enel angulo. T I L. q̃ es ygual al angulo. E. y porque al angulo. E es ygual el angulo. I T K. y el angulo. T I L. luego el angulo. I T K es ygual al angulo. T I L. pongase comũ el ãgulo. M T I. luego los angulos. L I T. I T M. son yguales a los angulos. K T I. I T M. y los angulos. L I T. I T. M son por la. 29. yguales a dos rectos, luego los angulos. K T I. I T M. son yguales a dos rectos luego desde vna linea recta. I T (por la. 14. proposició) y desde vn punto enella. T estan las dos lineas rectas. K T. T M no azia vnas mismas partes que hacen de vna y otra parte angulos yguales a dos rectos. Luego en vna linea recta esta. K T con. T M. y porque sobre las pallelas. K M. Z I. cae la linea recta. T I. son yguales entresi por la. 29. proposicició, los ãgulos alternos. M T I. T I Z. pongase comun el angulo. T I L. luego los angulos. M T I. T I L. son yguales alos angulos. T I Z. T I L. y los angulos. M T I. T I L. por la misma, son yguales a dos rectos, luego en derecho esta la linea. Z I. de la linea. I L. y porque. K Z. (por la. 34) es ygual y palela ala. T I. y la. M L. ala T I luego por la. 1. comũ sentẽcia. Z K. es ygual ala. M L. y pallela por la. 30 ppoficiõ. Y jũtã las las dos lineas rectas. K M. Z L. luego

luego las lineas. K M. Z L. (por la propoficion.33.) fon yguales y palelas. luego. K Z. M L. es pallelogramo, y porque por la.42.) el triangulo. A B D. es ygual al pallelogramo. Z T. y el triãgulo. D B C. al pallelogramo. IM. luego todo el rectilineo A B C D. es ygual a todo el pallelogramo. K Z L M. Luego es ta hecho el pallelogrãmo. K Z L M. ygual al rectilineo dado A B C D. e nel angulo. KML. q̃ por la. 34. es ygual al angulo dado. E. lo qual conuino hazerfe.

Problema 14. Propoficion. 46

¶De vna linea recta hazer vn quadrado.

¶Sea la linea recta. A B. conuiene defcribir vn quadrado de la linea recta. A B. faquefe, por la. 11. propoficiõ, ẽ angulos rectos fobre la linea recta. A B. defde el punto dado. A. la linea A C. y cortefe (por la. 3. propoficion) la linea. A D. ygual ala. A B. y (por la propoficiõ. 31) por el punto. D. tirefe. D E. palela ala. A B. y por la mifma, por el punto. B. tireffe. B E. palela ala. A D. luego es pallelogramo. A D E B. luego es ygual la A B. ala. D E. y la A D. ala. B E. por la. 34 y la. A B. es tambien ygual ala. A D. luego las quatro. A B. A D. D E. E B. fon entrefi yguales luego el pallelogramo. A D E B. es equilatero. Digo que tambiẽ es rectangulo, porque ẽ las pallelas. A B. D E. cae la linea recta. A D. luego los angulos. B A D. A D E. por la propoficiõ, 29. fon yguales a dos rectos, y el angulo. B A D. es recto. luego el angulo. A DE. tambien es recto, y los lados y los angulos opueftos de los efpacios palelogramos fon yguales entre fi (por la. 34. propoficiõ luego los angulos contrarios. A B E. B E D. ãbos tambiẽ fon rectos. luego. A B E D. es rectangulo, y efta demoftrado que tambien equilatero, luego es quadrado, y hecho dela linea. A B. que conuino hazerfe.

Theorema. 33. Propofitio. 47.

En los

¶En los triangulos rectangulos el quadrado que es hecho de el lado q̃ esta opuesto al angulo recto es ygual a los dos quadrados q̃ son hechos de los lados q̃ cõtienen el angulo recto,

Sea el triangulo rectãgulo. A B C. q̃ tenga recto el angulo B A C. digo que el quadrado q̃ es hecho del lado. BC. es ygual a los quadrados q̃ se hazen de B A. y de. A C. Describase, por la. 46. dela. B C. el quadrado. B D E C, y por la misma, de la B A. y dela, A C. los quadrados. A B Z I. A C K T. y por el pũto A. tirese. A L. parallela cõ la. B D. C E, por la proposiciõ. 31, y por la. 1. peticiõ tirẽse A D. C Z. y porq̃ los ãgulos. B A C. B Al son rectos. Luego tiradas dos lineas rectas. A C. A I. desde vna linea recta. A B. y desde vn pũcto en ella. A. no hacia vnas mismas ptes hacẽ de vna y otra pte ãgulos yguales a dos rectos, por la. 14. ppociciõ) luego ẽ derecho esta la. A C. dla. A I y por esto tãbiẽ BA esta ẽ derecho de. AT y por q̃ el angulo. D B C. es ygual al angulo. Z B A. porq̃ cada vno dellos es recto: põgase comũ el angulo A B C. Luego todo D B A es ygual a todo el angulo Z B C. y porq̃ las dos. A B. B D. son yguales a las dos B Z. B C. la vna a la otra, y el ãgulo. D B A es ygual al angulo. Z B C. luego la basis. A D, por la. 4. ppociciõ, es ygual a la basis. Z C. y el triangulo. A B D. al triangulo. Z B C. es tãbiẽ ygual. Y el parallelogramo. EL, por la. 4 1, es doblo del triangulo. A B D

por

porq̃ tiene vna misma basis q̃ es. B D. y estã en vnas mismas parallelas, es a saber. D B. A L. y tābiẽ el quadrado I B. por la misma, es doblo del triãgulo. Z B C. porq̃ tiene la misma basis q̃ es. B Z. y esta en vnas mismas parallelas, es a saber. Z B. I C. y las cosas q̃ son doblo de cosas yguales, por la. 6. comun sẽtẽcia, entre si son yguales, Luego el parallelogrãmo. B L. es ygual al quadrado. I B. Semejãtemente si, por la. 1. peticion, se tirã. A E. B K. se demostrara el parallelogrãmo. C L. ser ygual al quadrado, T C, Luego todo el quadrado. B D E C, es ygual a los dos quadrados, I B, T C, Y el quadrado, B D E C, es hecho de la, B C, y los quadrados, I B, C T, son hechos de la, B A A C, Luego el quadrado q̃ de el lado. B C. se hizo es ygual a los quadrados q̃ son hechos de los lados, B A, A C, luego en los triangulos rectangulos el quadrado q̃ es hecho del lado q̃ esta oppuesto al angulo recto y lo que mas se sigue como ẽ el theorema, que se hauia de demostrar,

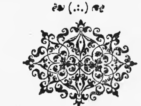
Theorema. 34. Proposicion. 48.

¶Si el quadrado que es hecho de vno de los lados del triãgulo fuere ygual a aq̃llos quadrados que de los demas lados del triãgulo: el angulo comprehendido de los dos lados restantes del triangulo, sera recto.

El quadrado que es hecho del vn lado. B C. del triangu lo. A B C. sea ygual a aq̃llos quadrados que son hechos de los lados. B A. A C. digo que el angulo. B A C. es recto. Saquese (por la. 11. proposiciõ) desde el puncto. A. la. A D. en angulos rectos con la linea recta. A C. y (por la. 3. proposicion) pongase. A D. ygual a la. A B, y (por la. 1. peticiõ) tire se. D C. y porque es ygual. D A. a la. A B. el quadrado

drado que es hecho de. D A. es ygual al quadrado de la. A B. pongase comun el quadrado dela. A C. Luego los quadrados dela. D A. y de la. A C. son yguales a los quadrados dela. B A. y de la. A C. y (por la precedente) a los quadrados dela. D A. y de la. A C. es ygual el quadrado dela. D C. porque es recto el angulo. D A C. y a los quadrados dela. A B. y dela. A C (por la supposiciõ) es ygual el quadrado dela. B C. porque esto assi se admitio. Luego el quadrado de la. D C. es ygual al quadrado de la. B C. por lo qual el lado. D C. es ygual al lado. B C. Y porque. A D. es ygual a la, A B. y comun la. A C. luego las dos D A, A C. son yguales a los dos. B A: A C. y la basis. B C. a la basis. D C. es ygual, Luego el angulo. D A C (por la octaua proposicion) es ygual al angulo. B A C, y el angulo. D A C. es recto, luego tãbien el angulo B A C. es recto, Luego si el quadrado que es hecho de vno de los lados [redacted] del triãgulo, fuere ygual a aquellos quadrados q̃ de los de mas lados del triangulo, el angulo cõprehendido delos dos lados restantes del triangulo, sera recto, que se auia de demostrar.

(.:.)



FIN DEL PRIMER LIBRO.

LIBRO SEGVNDO DE LOS ELEMENTOS DE EVCLIDES Megarense philosopho, Griego.

Parallelográmo rectangulo.

¶Todo parallelográmo rectangulo se dize estar contenido debajo de las dos lineas rectas que comprehenden el angulo recto.

Que sea gnomon,

¶Cada vno de aquellos parallelográmos de todo parallelográmo que está en la diagonal suya: cõ los dos supplemẽtos se llama gnomõ

Theorema. 1. Proposicion. 1.

¶Si fueren dos lineas rectas: y la vna dellas se cortare en algunas partes, el rectangulo comprehendido debajo de las dos lineas rectas es ygual a aquellos rectangulos que son comprehẽdidos de ella no cortada y qualquiera parte.

Sean

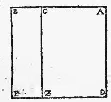
Sean las dos lineas rectas. A. y la. B C. y corte se la vna dellas. B C. como quiera, esto es, enlos pũtos. D, E. digo que el rectangulo cõprehendido dela. A. y dela. B C. es ygual al rectangulo cõprehendido dela. A. y dela. B D. y a aquel que dela. A. y de la. D E, y tambien a aquel que dela. A. y de la. E C. Porq̃, (por la. 11. proposicion del. 1) saquese desde. B. la. B Z. en angulos rectos con la. B C. (y por la. 3. del. 1.) põgase tambien la. B I. ygual a la. A. y por. I. tirese la linea. I T. paralela a la. B C (por la. 31. del primero y (por la misma) por los pũctos. D, E, C. tirense a la. B I. las paralelas. D K. E L. C T. espues ygual BT. al. B K. D L. E T. y el. B T. es ygual al que de. A. y dela. B C. Porque es comprehendido dela I B. y de la, B C. y es ygual. B I. a la. A. y B K. es ygual al que de la. A. y dela. B D porque es comprehendido de la. B I. y de la B D. y es ygual. B I. a la. A. Pero. D L. es ygual al que de la. A. y dela. D E. porque. D K, esto es, B I. es ygual a la. A. Y de mas desto dela misma manera. E T. es ygual al que de la. A. y de la E C. Luego el que es comprehendido de la. A, y de la. B C. es ygual al que dela. A. y dela. B D. y al que dela. A. y de la. E D. y tambien a aquel que dela. A, y dela. E C. Luego si fuerẽ dos lineas rectas y la vna de ellas se cortare, y lo que de mas se sigue, que se hauia de demostrar.

Theorema. 2. Propoficion. 2.

¶ Si vna linea recta se cortare como quiera: los rectangulos que de toda ella y qualquiera de sus partes son comprehendidos: son yguales a aquel quadrado que es de toda ella.

Corte

Cortese la linea recta. A B. como quiera enel puncto. C. Digo que el rectangulo comprehendido de. A B. B C. con el rectangulo contenido de la. B A. A C. es ygual al quadrado de la. A B. Describase (por la. 46. del. 1.) dela A B. el quadrado. A D E B. y saquese (por la. 31. del. 1.) por el puncto. C. la C Z. para llela a las dos. A D. B E. Es pues ygual. A E. con. A Z. y con. C E. y. A E. es el quadrado dela A B y A Z. el rectangulo contenido de la. B A. y dela. A C. porque es comprehendido de la. D A. y de la. A C. y es ygual. A D. ala. A B. y C E. a aquel que de. A B. B C. porque es ygual. B E. a la. A B. Luego el que de. B A. A C. con aquel que de. A B. B C. es ygual al quadrado que de. A B. Luego si vna linea recta. Y lo que de mas se sigue como enel theorema, lo qual conuino demostrar.



Theorema. 3. Proposicion. 3.

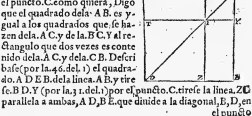
¶ Si vna linea recta se corta comoquiera el rectangulo comprehendido de ella toda: y de vna de sus partes es ygual al rectangulo comprehendido de sus partes y a aquel quadrado que se hace dela dicha parte,

¶ Cortese la linea recta. A B., comoquiera en el puncto. C. digo que el rectangulo comprehendido dela A B. y de la. B C es ygual al rectangulo comprehendido de la. A C. y de la C B. con el quadrado que se haze de la. B C. Describase (por la. 46. del. 1.) el quadrado dela. B C. que sea. C D E B. y estiendase. E D. asta en. Z (por la. 2. peticion.) y por el puncto. A. tire se, por

se(por la.31.del.1.la. A Z.parallela a las dos C D,B E.Es pues aora ygual. A E. a los dos. A D. CE.y A E. es el rectangulo comprehendido de. A B.y B C. porque se comprehende de la. A B.y de la.B E. y es ygual a la.B C.la .B E.y A D. es el que de.A C.y B C.porque es ygual. D C.a la.C B.y D B.es el quadrado que se hace de la.C B. Luego el rectangulo con tenido de la.A B:y dela.B C. es ygual al rectangulo comprehendido de la A C.y dela.C B. cō el quadrado de la.B C.Luego si vna linea recta se corta,y lo demas que se sigue enel theorema que conuino demostrarse.

Theorema.4. Proposicion.4.

¶ Si vna linea recta se corta como quiera, el quadrado que es hecho de ella toda es ygual a los quadrados que se hacē de sus partes : y a aquel rectangulo que dos vezes se comprehē de debajo de sus partes.



Corte se la linea recta. A B.en el puncto.C.como quiera, Digo que el quadrado dela. A B. es ygual a los quadrados que se hazen dela. A C.y de la.B C.Y al rectangulo que dos vezes es contenido dela.A C.y dela.C B. Descri base(por la.46.del. 1) el quadrado. A D E B.dela linea. A B.y tire se.B D.Y (por la.31.del.1)por el puncto.C.tirese la linea, ZC parallela a ambas,A D,B E.que diuide a la diagonal,B,D,en el puncto

fe.B D.y(porla.treynta y vna del.1.)por el punto.C.tire-se la linea.Z D.palela a ambas.A D.B E.que diuidida ab via gonal.B D.enel pũto.I,y(por la misma)por.I.tirese.T K.palelela a ambas.A B.D E.y porque.Z C.es palela ala.A D.y sobre ellas cae.B D.(por la.29.del.1.)el angulo exterior.C I B es ygual al interior y oppuesto.A D B.y el angulo.A D B.es ygual al.A B D.,por la.5.del.1.porque el lado.B A.es ygual al lado.A D.luego el angulo.C I B.es ygual al angulo.I B C por lo qual(por la.6.del.1.)el lado.B C es ygual al lado.C I.y.C B.por la.34.del primero es ygual ala.I K.y la.C I.ala K B luego la.I K.es ygual ala.K B.luego.C I K B.es equilatero.. Digo que tanbiẽ es rectangulo porq̃ la.C I.es palela ala.B K.y cae sobre ellas la linea.B C,luego los angulos.K B C.I C B.(por la.29.del.1.)son yguales a dos rectos y el angulo.K B C,es recto,luego tambiẽ es recto el angulo.B C I.por lo qual.(por la.34.del.1,)tambien los angulos oppuestos.C I K.I K B son rectos.Luego.C B K I.es retangulo:y esta demostrado q̃ tambien es equilatero,luego es quadrado,Y es dela.B C.Y por esto mismo tambien.T Z.es quadrado y es dela.T I.esto es dela.A C.por lo qual los quadrados.T Z.C K.son delas lineas.A C.C B.y porque.A I.es ygual a.I E.y.A I.es el que dela A C.y dela.C B.porque.I C.es ygual ala.C B.luego.I E.(por la 43.del.1.)es ygual al que es dela.A C.y dela.C B.luego.A I.I E.son yguales al q̃ es dos vezes dela.A C.y dela C B.y los quadrados.T Z.C K.son dela.A C.y dela.C B.Por loq̃l los quatro A I.B I.T Z.I E.son yguales alos quadrados que se hazen dela.A C.y dela.C B.y aquel rectãgulo que dos vezes es hecho dela.A C.y dela.B C.y el.T Z.I A C K.I E.son todo.A D E B.que es el quadrado hecho dela.A B.luego el quadrado q̃ es hecho dela.A B.es ygual alos quadrados que se hazen dela.A C y dela.C B.y al rectãgulo que dos vezes es comprehẽdido debaxo de.A C.y dela.C B.Luego si vna linea recta se corta como quiera el quadrado que es hecho de ella toda,es ygual a los quadrados que se hacen de sus ptes y a aquel rectãgulo que dos vezes se comprehende debaxo de sus partes.

¶De otra manera de mostrar lo mismo

Digo q̃ el quadrado. A B. es ygual a aquellos quadrados q̃ se hacen dela. A C. y de la. C B, y a aquel rectangulo que dos vezes es cõprehendido debajo dela. A C. y dela. C B. Porq̃ en la misma description, porq̃ es ygual. A B. a la. A D. es ygual el angulo. A B D. al angulo. A D B (por la. 5. del. 1.) Y porque de todo triangulo los tres angulos son, por la. 32. del. 1. yguales a dos rectos. los tres angulos. A D B, D B A. B A D. del triangulo. A B D. son yguales a dos rectos por la misma. Y el angulo B A D. es recto, Luego los otros angulos. A B D. A D B. son yguales a vn recto. Y son yguales el vno al otro. Luego cada vno de los dos. A B D. A D B. es la mitad de recto. Y el angulo B C I. es recto, porque es ygual al angulo, A. opuesto, por la veynte y nueue del primero. Luego el angulo. C I B. que resta es la mitad de recto, Luego el angulo. C I B. es ygual al angulo. C B I. por lo qual tambien el lado. B C. es ygual a C I. Y B C. es ygual a. I K. y. C I. a la. B K. es tambien ygual, por la 34. del. 1. Luego equilatero es. C K. y tiene el angulo. C B K. recto. Luego. C K, es quadrado, Y es dela, B, C, y por esto mismo tãbien. T Z, es quadrado. Y ygual al que de la. A C. luego. C K T Z, son quadrados y son yguales a aq̃llos quadrados que se hazen dela. A C. y dela. C B, Y porque. A I. es ygual al. E I, y A I es ygual al que dela. A C, y dela. C B. Por q̃. I C. es ygual a la. C B. Luego tãbien. E I. es ygual al que es hecho dela. A C. y dela C B. luego. A I. E I. son yguales al que dos vezes es hecho de la. A C, y dela, C B, y, C K, T Z, son yguales a los quadrados q̃ son hechos dela. A C. y. dela. C B. Luego. C K. T Z. A I, I E son yguales a aquellos que son hechos dela, A C, y de la. C B. y a aquel que dos veces esta debajo de. A C. y de. C B. y el. C K. T Z. A I. I E. son todo el quadrado que es hecho dela. A B. luego el quadrado que se hace dela. A B, es ygual a los quadrados que se hacen dela, A C. y dela, C B. y a aquel rectangulo que dos veces es comprehẽdido debajo dela, A C, y dela. B C, Lo qual conuino demostrarse

Corolario. o illacion.

De aqu

¶De aqui es manifiesto q̃ en los espacios quadrados, los parallelogrãmos que estan en la diagonal son quadradas,

Theorema. 5. Proposicion. 5.

¶Si vna linea recta se corta en partes yguales y en desiguales el rectangulo que se comprehende delas partes desiguales de ella toda, iũtamente con el quadrado dela parte de ẽ medio delas diuisiones es ygual al quadrado que es hecho dela mitad,

❧Cortese la linea recta. A B, en partes yguales en, C, y ẽ desiguales en, D. digo q̃ el rectangulo cõprehendido dela. A D, y dela, D B, iuntamẽte cõ el q̃drado dela, CD, es ygual al quadrado q̃ se hace dela, C B (Describa se por la. 46. del, 1.) el quadrado, CEZB: dela, CB. y por la. 1. peticiõ tirese. BE, y por la. 31 del, 1, por. D. tirese, D I. pallela a las dos, C E, BZ. q̃ corte a la B E. enl pũcto, T, Y demas desto, por la misma, por, T, tire se K M, ygual a la, A B, y pallela a las dos, A B, E Z, y tãbiẽ (por la misma) por el pũcto. A, dese, A K, pallela a las dos, C L, BM y porq̃ (por la, 43, del, 1) el suplemẽto, C T, es ygual al suplemẽto. TZ, põgase comũ, D M, Luego todo, CM, es ygual a todo, D Z, y, C M, es ygual a, A L (por la, 36, del, 1) porq̃, A C es ygual a, C B. y estã entre las dos pallelas. AB. KM. luego tãbiẽ A L. es ygual a D Z. põgase comũ. C T. luego todo. A T. es ygual a. D L. D Z. y. A T. es ygual al q̃ debaxo de. A D. D B, porque, D T, es ygual a, D B, Y, Z D L, es gnomon de, L I, luego el gnomon, C M M I, es ygual al que debaxo de, A D, DB, pongase co

E z mun

mun,L I,ques ygual al que se haze de,C D,luego el gnomõ C M I,y,L I, son yguales al rectangulo cõprehendido deba xo dela,A D,D B,y al quadrado que se haze de, C D, y el gnomon.C M I,y el,L I.son todo el quadrado,C E ZB,ques dela,B C,luego el rectãgulo cõprehẽdido debaxo dela,A D y dela:D B,juntamẽte con el quadrado q̃ se hace dela,C D, es ygual al quadrado que se haze dela,CB,luego siuna linea recta y lo demas que se sigue como en el theorema lo qual conuino demostrarse,

Theorema.6. Proposicion. 6.

¶Si vna linea recta se diuide en dos partes y guales y se le añade en derecho alguna linea recta el rectangulo comprehendido debaxo de toda ella cõ la añadida,y de la añadida, jũ mente conel quadrado que se haze de la mitad,es ygual a aquel quadrado que como de vna es hecho dela añadida y dela mitad jũta mente.

Cortese la linea recta,A B.endos yguales partes en el pũ to,C,y añadasele ẽ derecho vna linea recta,B D,digo quelre ctangulo comprehendido de la A D.y la.B D.juntamente conel quadrado que se hace de la.B C. es ygual a aquel quadrado que se hace dela.D C.haga se, por la 46.del.1,el quadrado de la. C D. que es.C EZD,y por la.1.peticiõ, tirese D E.y, por la,31.del.1.por el puncto,B.tire se la parallela,B I.con la.C E.y con la. D Z. que

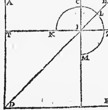
corte a la.D E.en el puncto.T.y(por la misma)por el puncto. T.tirese.K M.parallela a cadavna de las dos.A D.E Z.Y tãbié por la misma,por el pũcto.A.tirese.A K parallela a cada vna de las dos.C L.D M.luego porq̃(por la.36.del.1.A C.es ygual a la.C B.es ygual.A L.al.C T.Y por la(43.del.1)C T es ygual a.T Z.luego A L.a la.T Z(por la.1.comũ senteñcia)es tãbien ygual.Pongase comun.C M.luego todo.A M.es ygual al gnomon.N X O.y A M.es el q̃ se hace de.AD.y de.D B.porq̃ es ygual.D M.a la,D B.por elcorolario dela.4.del 2)Luego tambié el gnomõ.N XO.es ygual al rectangulo cõprehendidode la.A D.y de la.D B.Põgase comũ.L l.q̃ es ygual al quadrado q̃ se hace dela.C B.luego el rectãgulo cõprehẽdido dela.A D y de la.DB.iũtamẽte cõ aq̃l quadrado que de la.B C.es ygual al gnomon.N X O.y al.L l.y el gnomõ.NXO.y el.L I. son todo el quadrado.C E Z D.q̃ se hace dela.C D.Luego el rectãgulo cõprehẽdido dela.AD.y dela.DB.iuntamẽte cõ el quadrado q̃ es dela.B C.es ygual al quadrado que es dela.C D. Luego si vna linea recta,y lo de mas que se sigue.Lo qual cõuino demostrar,

Theorema.7. Proposicion.7.

¶Si vna linea recta se corta comoquiera,el q̃ se hace de toda ella,y el q̃ de vna de sus partes ãbos quadrados,son yguales al rectãgulo cõprehendido dos veces de toda ella,y la dicha parte,y al quadrado que se hace de la parte q̃ resta.

Cortese como quiera la linea recta.AB.eñl pũcto.C. digo q̃ los quadrados q̃ se hacen dela.A B.y dela.B C. son yguales al rectãgulo cõtenido dos veces dela.A B.y de la.D C.y a aq̃l quadrado q̃ se hace dela.A C.Hagase (por la.46.del.1)de la. B.el quadrado.A D E B.y describase la figura . Y porq̃ por la (43.del,1)es ygual,A I.al.I E.Põgase comun.C Z. porq̃ todo

A Z.es ygual a todo C E. Luego. A Z. y C E. son el doblo de A Z y. A Z. y C E. so el gnomo. K L M. y el q̃drado. C Z. Luego el gnomõ. K L M. y el quadrado. C Z. es el doblo. D E. A Z, y es tambien el doblo de. A Z. lo q̃ dos veces se hace de. A B. en B C. porq̃ es ygual. B Z. a la, B C Luego el gnomon. K L M. y el quadrado. C Z. es ygual al rectã gulo cõtenido dos veces de la. A B. y dela, B C. Põgase comũ. D I. q̃ es el quadrado de. A C. Luego el gnomon. K L M. y los quadrados, D I. I B. son yguales al rectangulo q̃ se cõtiene dos veces dela. A B. y de la. B C y al quadrado q̃ se hace dela. A C. el Ygnomõ K L M. y los quadrados. B I. D I. son todo. B A D E. y. C Z. q̃ sonlos quadrados de la. A B. y dela. B C. Luego los quadrados dela. A B. y de la. B C. son yguales al rectãgulo cõprehendido dos veces debajo de. A B. B C. con aq̃l quadrado q̃ se hace dela, A C. Luego si vna linea recta, y lo que mas se sigue como enel theorema, que conuino demostrarse.

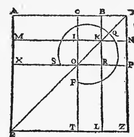


Theorema. 8. Proposicion. 8.

¶ Si vna linea recta se corta comoquiera, el rectãgulo q̃ se cõprehẽde quatro veces debajo de toda ella y de vna de sus partes con el quadrado que es dela parte q̃ resta, es ygual al quadrado q̃ se hace de toda ella y de la dicha parte como de vna.

¶ Cortese la linea recta. A B. como quiera enel pũcto. C, digo q̃ el rectangulo q̃ quatro vezes se cõprehẽde debajo de. A B. y dela. B C. juntamẽte con el quadrado dela. A C. es ygual al qua-

quadrado q̃ se describe de la. A B, y de la. B C. como de vna. Por la, 2. peticiõ, estiẽdase en derecho a la linea. A B. la linea B, D. y põgase le ygual la. B D. a la C B (por la. 2. del. 1.) y por la. 46. del, 1, describase el quadrado. A E Z D. de la. A D. y hagase la figura doblada. Pues porq̃ es ygual. C. B. a la, B D. y C B. a la. I K. es ygual. Luego (por la. 34. del. 1) B D. es ygual a la. K N, Luego tãbiẽ. I K. es ygual a la. K N. Y tãbien. P R. a la. R O. es ygual, Y porq̃. B C. es ygual a la, B D, y la. I K. a la. K N



Luego ygual es. C K. a K D. y el. I R. a. RN (por la. 36. del. 1) y por la. 43. del. 1.) C K. es ygual a. R N, porq̃son supplementos del parallelogrãmo, C O P D. luego, K D. es ygual a. R N. luego. C K, D K. I R RN. son entresi yguales. Luego todos quatro son quatro veces tãto que, C K. Iten porq̃ es ygual. C B. a la B D, y la. B D. es ygual a la. B K, esto es a la. C I. Luego. C B. es to es. I K. es ygual a la. R P. luego. C I. es ygual a la. R P. y por que yguales. C K. al. K P. y. P R. a la. R O, es ygual, A I, a, L P, y, L P, al, R T, y, M O (por la, 43, del, 1) es ygual a, O L, porq̃ son supplemẽtos del parallelogrãmo, M L. luego tãbien, A I. es ygual al. R Z, por la, 43, del mismo, Luego los quatro, A I, M O, P L, R T, son yguales entre si, Luego todos quatro son el quadruplo, de A I, Y esta demostradoque los quatro, C K, K D, I R. RN, son el quadruplo de, CK, Luegolos ocho q̃ abra çan al gnomõ. S Q F, son el quadrupulo de, A K, Y porq̃ A K, es el q̃ dela, A B, y dela, B D, porque, B K, es ygual a la. B D Luego el q̃ quatro veces es dela, A B, y de la, B D, es el quadrupulo de, A K, Pero esta demostrado q̃ el gnom õ, S Q F, es quadruplo de, A K quatro doblado, Luego lo q̃ quatroveces es hecho de, A B, y de, B D, es ygual al gnomõ, S Q E, põga se

pues comũ, X T, q̃ es ygual al quadrado dela, A C, Luego el quatro vezes comprehendido de la. A.B.y de la.B D.con el quadrado dela.A C.esygual al gnomõ.S Q F.y al quadrado X T.y el gnomõ.S Q F.y X T.y ſõ todo el quadrado. AE ZD. q̃ es dela. A D; luego lo q̃ quatro vezes es dela, A B, y đla, B D, juntaméte con aquel quadrado que ſe hace dela, A C, es ygual al quadrado q̃ ſe haze đla, A D, Y la, B D, es ygual ala B C, luego el rectangulo cõprehendido quatro vezes de la, A B; y dela, B C, juntaméte cõ aquel quadrado q̃ ſe haze đla A C, es ygual al quadrado que ſe haze de la, A D, eſto es dela A B y dela, B C, como de vna. Luego ſi vna linea recta, y lo q̃ de mas ſe ſigue; que era lo q̃ ſe auia de demoſtrar.

Theorema.9 Propoſició. 9.

¶Si vna linea recta ſe diuide é ygualcs y en deſiguales partes, los quadrados q̃ ſe hazen de las partes deſiguales đ toda ella, ſon el doblo de aquel quadrado que ſe hace dela mitad, y del que dela que eſta en medio delas diuiſio-

Vna linea recta. A B.corteſe en yguales ptes en el punto. C.y en deſiguales en. D. digo que los quadrados de la.B D. y dela.D A.ſon el doblo de aquellos quadrados que ſon de la. B C.y dela.C D. Saqueſe deſde el pũto.C.ſobre la. AB.vna en ãgulos rectos q̃ſea.CE(por la. 11. del.1)y haga ſe ygual a cada vna de las dos. C A. CB.(por la.3, đl.1, y(por la.1. peticiõ, tirenſe, A E.EB y por la.31.del.1.)por el punto.D. ſaq̃ſe.DZ. pallela ala.E C (y por la meſma) por el pũto.Z.tireſe, Z I.palela ala. A B.y por la.1.peticiõ, tireſe.B Z.y porque.B C.es ygual a la.C E.por la quinta del.1.el angulo.E BC.es ygual al angulo.C E B.y porq̃ angulo de junto, a, C.es recto, luego los demas angulos.E B

C, CEB

C.C E B.son yguales a vn recto, luego cada vno delos angulos.B E C.E B C.es la mitad de vn recto, y por lo mismo cada vno delos dos.E A C.C E A.es la mitad de vn recto, luego todo. A E B es vn recto. Y porque.I E Z. es la mitad de vn recto, y es recto.E I Z.porq es ygual al interior y opuesto (por la.29.del.1., esto es al angulo.E C A.luego.E Z I. q̃ resta es la mitad derecto, luego por la.6.comũ senteñcia, el angulo.IE Z. es ygual al.E ZI, por lo q̃l por la.6.d̃l.1.el lado.Z I, es ygual al lado I E.Itẽ porq̃ el ãgulo.A.es medio recto, y el ãgulo.ZD A es recto, porq̃s ygual al interior y opuesto.ECA, (por la,29 d̃l .1)luego.AZD.es medio recto, luego el angulo. A.es ygual al D Z A y assi(por la.6.del.1.)el lado.D Z.es ygual al lado.DA y porq̃ B C.es ygual a.C E.y es ygual el quadrado de la.B C. al dela.C E.luego los quadrados dela.CB.y de la.C E. son doblados al dela.B C.y(por la.47.del,1)alos dela.B C.y de la.C E.es ygual el quadrado q̃ se hace de la.E B, porq̃ el angulo, B C E, es recto, luego el quadrado de la, B E, es el doblo d̃l de la, B C, Itẽ porq̃, E I, es ygual ala, I Z, sera ygual el que dela, Z I, alque dela, I E, luego los quadrados que son dela, I E, y dela, I Z, son el doblo del quadrado de la, IZ, y alos quadrados q̃ se hazẽ de la E I, y dela, I Z, es ygual el q̃ de la, EZ, por la, 47, del, 1, luego el quadrado dela, E Z, es doblado al de la IZ, y es ygual, IZ, ala, C D, luego el dela, E Z, es eldoblo de el dela, CD, y es el q̃ se haze dela, B E, el doblo d̃l q̃ se hace dela B C.luego los q̃drados dela, BE, y dela, E Z, son el doblo de los q̃drados q̃ se hacẽ d̃la, B C, y C D, y alos q̃ se hacẽ dela, B E, y d̃la, E Z, es ygual el q̃ se hace d̃la, B Z, por la.47 d̃l.1.porq̃ el ãgulo.B EZ.es recto, luego el q̃drado de la.B Z.es el doblo delos q̃ se hazẽ dela, B C.y dela.C D.Y al q̃ se hace dela. B Z.son yguales los q̃ se hacẽ dela.B D.y dela.D Z. (por la. 47, del.1.)porq̃ es recto el angulo.B D Z.luego los q̃ se hacẽ dela, B D.y dela.D Z.son el doblo d̃ aq̃llos q̃adrados q̃ se hacen dela.B C.y dela C D.y es ygual la, D Z, ala, D A. Luego los quadrados dela, B, D, y dela, D A, son el doblo delos quadrados dela, BC, y dela, CD, luego si vna linea recta se corta ẽ partes

partes yguales y en desiguales los quadrados q̃ se hacẽ de las partes desiguales de toda ella, son el doblo de aquellos q̃dra dos q̃ se haze dela mitad, y del q̃ de la pte q̃ esta en medio de las diuisiones lo qual conuino demostrar.

Theorema.10. Proposition.10

¶ Si vna linea recta se diuide en partes yguales, y se le ajunta en derecho vna linea recta, el quadrado d̃ toda ella cõ la añadida, y el de la añadida, ambos a dos, son el doblo del quadrado q̃ se describe dela mitad, y del q̃ de la otra mitad y dela añadida como de vna.

Vna linea recta. A B. cortesepor medio ẽ. C. y ajũtesele en derecho vna linea recta. B D. digo q̃ los q̃drados dela. A D. y dela. D B. son el doblo delos quadrados q̃se hacẽ dela. A C. y dela. C D. Saq̃se (por la. 11. del. 1.) del pũto. C. la linea. C E. en ã gulos rectos cõ la. A BD. y põgase ygual a cada vna d̃ las dos A C. C B. (por la. 3. del. 1.) y por la. 1. peticiõ, tirẽse. A E. E B. y (por la. 31. d̃l. 1.) por el pũto. E. saq̃se. E Z. palela ala. AD. y por la misma, por el pũto. D. saq̃se. D Z. palela ala. C E. Y porq̃ en las lineas rectas parallelas. C E. D Z. cae vna linea recta. E Z. luego los ãgulos. C E Z. E Z D, por la. 29. del. 1., son yguales a dos. rectos, luego los ãgulos. Z EB. EZ D. son menores q̃ dos rectos, por la misma. Y las q̃haziẽdo menores q̃dos rectos se estiẽdẽ, por la. 5. peticiõ, cõcurrẽ, luego. EB. Z D. estẽdidas hacia las ptes. B D, cõcurrẽ, Estiẽdãse y cõcurrã en. I. y por la. 1. peticiõ, tirese. A I. y porq̃. A C. es ygual ala. C E. tãbien el ãgulo. A E C. es ygual al ãgulo. E AC, por la. 5. d̃l. 1., y es recto el ãgulo. A C E. luego mitad d̃ recto sera cada vno d̃los. E AC. A E C. y por la misma razõ es tãbiẽ mitad de recto cada vno delos. C E B. C B E. luego recto es. A EB. y porq̃ ela ã

gulo

gulo.E B C.es medio recto,y por la.15.del.1.,tãbiẽ el angulo D B I.sera mitad de recto,y el angulo.B D I es recto porqes ygual al angulo.DC E.porque son alternos,luego el angulo D I B.q̃ resta es medio recto.Luego,por la.6 comũ sentẽcia el angulo.D I B.es ygual al angulo.D BI.por lo qual el lado B D.es ygual al lado.I D.Itẽ porq̃ el angulo.E I Z .es medio recto y el ãgulo.Z.es recto,porque,por la treynta y quatro, del.1.es ygual al ãgulo.E C D.luego el ãgulo que resta.Z E I. es medio recto.Luego el angulo.E I Z.es ygual al angulo.IE Z.Y assi por la.6.del,1.el lado,ZE,es ygual al lado,ZI,Y por que,E C,es ygual,a C A, sera ygual el quadrado d̃la,E C, al quadrado dela,CA,luego los quadrados d̃la.C E,y dela,CA son el doblo de aquel quadrado que se haze dela,A C,Y a aquellos que se hazẽ dela,E C,y dela,CA es ygual por la, 47 del,1,el que dela,E A,luego el quadrado dela,E A, es dobla do del que se haze de la.A C,Item porque es ygual,IZ,ala,E Z,el quadrado que se haze de la,IZ.es ygual a aquel quadra do,que se haze dela.E Z.luego los quadrados que se hazen dela,I Z,y de la , E Z,son el doblo del que se haze dela , E Z Y a aquellos que se hazen dela I Z,y dela ,E Z,por la,47 del 1,es ygual el quadrado que se haze dela, E I: luego el que se haze dela,E I,es el doblo del que se haze dela,E Z, Yesygual E Z,ala,C D,luego elque se haze dela.E I,es eldoblo del que se haze dela.CD.Y estuuo claro que el que se hace dela,E A. es el doblo d̃l q̃ se hace de la,A C. Luego los quadrados que se hazen dela.A E,y dela,E I,son el doblo de aquellos quadrados que se hazen dela,A C,y dela,C D.Y alos quadrados que se hazen dela,A E.y dela ,E I,es ygual el quadrado que se haze dela.A I,(por la,quarenta y siete,del.1.)luego el qua drado que se hace dela, A I. es el doblo delos que se hazen dela,A C,y dela,C D. Y al que se haze dela. A I,son yguales los quadrados que se hazen dela. A D.y de la,D I,Luego los quadrados que se hazen dela, A D,y dela , D I, son el doblo de aquellos que se hazen dela,A C,y de la,C D.Y a la,D I es ygual.D B,Luego los quadrados que se hacen dela.A D, y de la

la.D B.ſon el doblo de aq̃llos quadrados q̃ ſe hazẽ dela.A C. y dela.C D.Luego ſi vna linea recta ſe corta en partes yguales y lo que mas ſe ſigue como en el theorema que conuino demoſtrarſe.

Problema.1. Propoſiciõ.11.

¶Diuidir vna linea de manera que el rectãgulo de toda ella y vna de ſus partes ſea ygual a aquel quadrado q̃ ſe haze de la parte q̃ reſta.

¶Sea la linea recta dada.A B.conuiene diuidir la miſma.A B de ſuerte que el rectangulo comprehendido de ella toda y vnade ſus partes ſea ygual a aq̃l quadrado q̃ ſe hace dela parte reſtante. Deſcribaſe por la.46.del.1 el quadrado.B A C D dela.A B.y corteſe(por la.10.del.1.)la.A C. por medio en el puncto.E.y tireſe.B E. y eſtiendaſe (por la. 2. peticion)C A. aſta en.Z(y por la.3. del .1.)hagaſe.EZ.ygual a la BE.y por la.46.del.1,deſcribaſe el quadrado. Z I T A.de la. A Z.y eſtiẽda ſe,por la.2.peticion.I T. aſta en.K.Digoq̃,A B.ſe corta en . T. de manera q̃el rectangulo comprehẽdido dela,AB.y dela.B T. es ygual al quadrado de.AT.Porq̃ la linea recta A C.eſta cortada por medio ẽ.E,yſe le añade la,AZ,luego(por la.6.del.2.)el rectãgulo cõprehẽdido dela.C Z.y de la,Z A. juntamẽte cõ el quadrado q̃ ſe hace dela.E A.es ygual al q̃drado q̃ ſe hace dela EZ y la.E Z,es ygual a la.E B.Luego el rectangulo cõprehẽdido de la.C Z.Z A.juntamẽte cõ el quadrado q̃ ſe hace de la E A. es ygual al quadrado q̃ ſe hace de la.E B.y al q̃ ſe hace dela.E B(por la.47. del primero) ſon yguales los que ſe hacen dela B A.A E.porque es recto el angulo.A.luego el que es de la,C Z.y de la.Z A.con el que ſe hace de la, A E,es ygual a aq̃llos que ſe

que se hazen de la.B A.y de la.A E. quitese por comũ el de la A E.luego el rectangulo que resta cõprehendido de la.C Z, y de la.Z A.es ygual al quadrado que se hace de la.A B.Y el que es de la.C Z.y de la.Z A.es el mismo.Z K.porque.Z A.es ygual a la misma.Z I.Y el que se hace de la.A B.es el mismo.A D.luego.Z K.es ygual al mismo.A D, Quitese el comũ.A.K. luego el que resta.Z T.es ygual al.T D.y T D.es el que de la.A B. y de la.B T.Porque es ygual, A B.a la.B D.y el.Z T.es el que de A T.Luego el rectangulo comprehendido de la.A B. y de la B T.es ygual a aquel quadrado q̃ se hace de la.T A.Esta pues la linea recta dada.A B.diuidida en.T.de manera q̃ el rectangulo cõprehendido de la.A B.y de la,B T.sea ygual a aq̃l quadrado que se hace de la.A T.lo qual conuino hazerse.

Theorema.11. Proposicion.12.

¶Enlos triangulos de angulo obtuso el quadrado que se hace del lado opuesto al angulo obtuso tanto es mayor que aquellos quadrados q̃ se hacen delos lados quecomprehẽden el ãgulo obtuso,quanto es el rectangulo comprehendido dos veces debajo de vno de los que comprehenden el angulo obtuso (sobre el qual estendido cae vna perpẽdicular) y del que es tomado fuera debajo de la perpẽdicular asta el angulo obtuso.

Sea el triangulo de angulo obtuso.A B C. que tenga el angulo.B A C.obtuso y tirese desde el pũcto,B.la linea,BD.perpendicular sobre la,CA.estendida, por la.12.del.1.)Digo q̃ el quadrado dela.B.C.es mayor que los dela.B.y dela.A C. por el rectãgulo cõprehendido dos vezes debaxo dela.C A. y de la.A D.Pues porq̃ la linea recta.CD.es cortada comoquiera enel

en el puncto.A. luego por la.4.del.2, el q̃ se hace dla.CD.es ygual a los quadrados que se hacen dela C A.y de la A D.y al rectangulo dos veces cõprehendido debajo dela.C A.y dela A D pongase por comũ el dela.DB.luego los que se hazen dela,C D.y de la . D B.son yguales a los quadrados quese hacen de la.C A.y dela.A D.y dela.D B.y al rectangulo cõprehendido dos vezes debajo dela.C A.y dela.A D.y a los que se hacen de la C D.y de la.D B.es ygual el que dela.C B(por la . 47 . del. 1) porque es recto el angulo.D.y a los que se hacen de la. A D. y de la.D B(por la misma)es ygual el que se hace de la . A B. luego el quadrado que se hace dela.CB,es ygual a losquadrados que se hacen dela,C A.y dela,A B.por la misma,y al rectangulo contenido dos vezes debajo dela,C A,y dela. A D. Por lo qual el quadrado que se hace d la.C B.es mayor q̃ los que se hacen de la.C A,y dela,A B,quanto es el rectangulo comprehendido dos vezes debajo de la.C A.y dela,A D, luego en los triãgulosde anguloobtuso el quadrado que se hace del lado opuesto al angulo obtuso es mayor.Ylo de mas que se sigue que conuino demostrar.

Theorema.12. Proposition.13

¶Enlos triãgulos oxigonios el quadrado q̃ se hace dl lado oppuesto al ãgulo agudo es tãto menor q̃ los quadrados delos lados q̃ cõprehendẽ el angulo agudo, quãto es el q̃ secõprehende dos vezes debajo devno de aquellos q̃ estã cerca del angulo agudo sobre quiẽ cae la perpendicular, y del tomado dentro debajo dela perpendicular asta el angulo agudo,

Sea

❧ Sea el triangulo oxigonio, A B C, q̃ tẽga agudo el angulo B, y por la, 12, del, 1, tirese desde, A, sobre, B C, la perpendicular, A D, Digo q̃ el quadrado dela. A C, es menor q̃ los quadrados q̃ se hacẽ de la, C B, y de la. B A. quãto es el rectãgulo dos veces cõprehendido debajo dela C.B, y dela, B D, Pues porq̃ la linea recta, BC, esta cortada comoquiera ẽ. D luego (por la, 7, del. 2) los quadrados la, C B. y dela, B D. son yguales al rectãgulo dos veces cõtenido debajo de la, C B. y dela, BD, y al q̃drado q̃ se hace dla, CD. põgase comũ el quadrado dela, DA, luego los q̃drados dela, C B y dela. B D, y dela, DA (por la, 7, del, 2) son yguales al rectãgulo cõprehendido dos vezes, debajo dela, C B, y dela, B, D, y a aq̃llos quadrados q̃ se hacen dela, A D, y dela D C, Y a los q̃ se hacen dela, B D, y dela, D A, es ygual el q̃ se hace de la, A B porq̃ el angulo, D, es recto, y a los q̃ se hacen dela, A D, y de la, D C, es ygual el dela, A C (por la, 47, del, 1.) luego los q̃ se hacen dela, C B, y dela, B A, son yguales al q̃ se hace dela, AC y a aq̃l que dos vezes el hecho debajo de la, C B, y dela, B D, por lo qual solo el q̃ se hace de la; A C, es menor q̃ aquellos quadrados que se hacen dela; C B. y dela, B A, quanto es el rectangulo dos vezes comprehendido debajo de C B, B D, Luego en los triangulos oxigonios, y lo que mas se sigue, lo qual conuenia demostrar.

Poblema 2. Proposicion. 14.

Hazer vn q̃drado ygual a vn rectilineo dado

❧ Sea el rectilineo dado. A. cõuiene dar vn quadrado ygual a este rectilineo, Dese vn pallelogrãmo rectãgulo ygual al rectilineo. A (por la. 45. del. 1.) y sea. B C D E. y si es ygual. B E. a la ED. Ya esta hecho el problema, porq̃ se da el quadrado B D. ygual al rectilineo. A. pero si no sera delas dos. B E. E D.

La

La vna mayor, sea la mayor. B E. y estiédase asta. Z. y pōga se E Z, ygual a la, E D. (por la tercera del primero) y torte se. B Z por medio en. I. y haciendo centro. I. y espacio la, I B. o la. I Z, describa se medio circulo (y por la. 2. petició) estiéda se, D E, asta é. T. y por la. 1. petició) tire-se. I T. Pues porq̃ la recta linea. Z B. es cortada en. I. en partes yguales y en desiguales en. E. luego, por la. 5. del. 2.) el rectangulo cōprehendido dela. B E. y dela. E Z. cō el quadrado q̃ se hace de la. E I. es ygual a aq̃l quadrado q̃ es dela. I Z. y la. I Z. es ygual a la. I T. luego el rectágulo cōprehendido dela. B E. y de la. E Z. por la. 5. del. 2, cō el quadrado dela. I E. es ygual al q̃ se hace de la I T. y al q̃ se hace dela. I T. son yguales los quadrados q̃ se hacen dela. T E, y dela. I E, por la. 47. del. 1, Luego el q̃ se cōprehéde debajo de. B E. y de. E Z. cō el q̃ se hace dela. E I. es yguales a aq̃llos quadrados q̃ se hacen dela. T E. y de la. E I. quitese el quadrado dela. I E. comū, luego el rectágulo q̃ resta cōprehédido debajo de. B E, y de, E Z. es ygual al quadrado de la. E T y el q̃ se cōtiene debajo de. B E. y de. E Z. es lo mismo q̃. B D. porq̃. E Z. es ygual a la. E D. luego el parallelográmo. B D. es ygual a aq̃l quadrado q̃ se hace de la. T E. y el. B D. es ygual al mismo rectilineo, A, Luego tābien el rectilineo, A, es ygual al q̃drado hecho dela, T E, luego al dado rectilineo, A, hase dado ygual el quadrado dela. E T, descrito, lo q̃l cōuino hazerse

❧ Fin del libro segundo. ❧

Libro

LIBRO TERCERO
DE LOS ELEMENTOS GEOmetricos de Euclides Megarense Philosopho.

Definiciones.

Circulos yguales,

1. ¶Yguales circulos son cuyos diametros son yguales, o cuyos semidiametros son yguales.

Linea q̃ toca al circulo,

2. ¶La linea recta se dize tocar al circulo que tocandole estendida no corta el circulo.

Circulos que se tocan,

3. ¶Los circulos se dizẽ tocar se entre si, que tocando se entre si no se cortan.

4. ¶Las lineas rectas se dizen ygualmente distar del cētro en el circulo, quādo son yguales las perpēdicu lares, que tiradas del centro caen sobre ellas. Y dizese distar mas la ē quien cae mayor perpendicular.

Circulos yguales.

5. ¶Parte o segmēto de circulo es vna figura comprehendida de vna linea recta y la circūferēcia delcirculo.

Segmētos de circulo.

6. ¶Angulo del segmento es el que se comprehēde de la linea recta y dela circunferencia del circulo.

Angulo de segmento.

7. ¶El angulo esta en el segmēto quando se toma vn puncto en la circunferencia del segmēto, y des de el se tirā lineas rectas alos ter minos de la linea recta. q̄ es basis del segmento, es el angulo elq̄ es cōtenido debaxo de las lineas rectas tiradas.

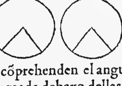
Angulo enel segmento

Pero

8. ¶Pero quando las lineas rectas que cōprehenden el angulo toman alguna circunferencia en aquella se dize estar el angulo.

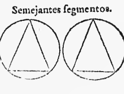
9. Sector đ circulo es quando el angulo estuuiere sobre elcétro del circulo) la figura comprehédida debaxo delas lineas rectas q̄ cōprehenden el angulo,y de la circūferécia tomada debaxo dellas.

Sector.



10. Semejātes segmētos de circulo son los que reciben yguales angulos: o aq̄llos cuyos angulos entre si son yguales.

Semejantes segmentos.



Poblema. 1. Proposicion. 1.

¶Hallar el centro de vn circulo dado.

❧Sea el circulo dado. A B C. conuiene hallar el centro del circulo. A B C. Tirese eñl vna linea recta como quiera, y sea. A B.y(por la.10.del.1.cortesepormedio enel pūcto. D.(y por la.11.del mismo)saquese.D C. desde elpuncto. D. en angulos rectos con la, A B.(y por la.z.peticion) estiēdase asta en.E. y cortese (por la10.del.1).C E.por medio en.Z.digo q̄.Z.es cē

tro del circulo. A B C.porque si no.si es possible sea. I.(y por la.1,peticion) tirense. I A.I D.I B.y porque es ygual.A D.a la D B.y comun.D I.Luego las dos A D.D I.son yguales a las dos.I D D B.la vna a la otra, y por la. 15. definicion del.1,la basis.I A; es ygual ala basis. I B. Porque salen del centro Luego ,por la.8.del. 1. el angulo. A D I.es ygual al angulo.B D I.Y quãdo vna linea recta cayẽdo sobre otra linea recta hiciere devna y otra parte angulos yguales cada vno de aquellos angulos sera recto (por la.10, definicion del,1.luego el angulo.B D I.es recto; y el angulo Z D B,es recto.Luego el angulo.Z D B. es ygual al angulo. B D I.el mayor al menor,que es impossible.luego.I.no es centro del circulo.A B C.dela misma manera demostraremos q̃ ninguno otro sino.Z.Luego.Z.es centro del circulo.A B C,q̃ conuino demostrar.

Corolario

¶De aqui es manifiesto que si en el circulo alguna linea recta a alguna linea recta la corta por medio y en angulos rectos ,enla que corra esta el centro del circulo.

Theorema.1, Proposicion. 2.

¶Si en la circunferencia de vn circulo fueren tomados dos pũctos como quiera, la linea recta que junta aquellos dos punctos,cae dentro del circulo.

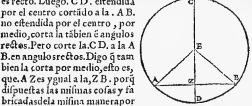
Sea

Sea el circulo.A B C.y en su circunferécia sean como quiera dos punctos.A B.digo que la linea recta tirada desde.A.asta.B.cae détro del mismo circulo.A B C.Porque sino,si es possible caya fuera,como.A E B.y tomese el centro del circulo y sea (por la precedente)D,y por la,1,peticion)tirense, D A,D B, y estiédase,D Z,asta en,E, Pues por que es ygual,D A(por la,15, difinició del,1,a la.D B,sera ygual el angulo,D A E,al águlo,D B E.y por que el lado,A E B,del triágulo,D A E,se estiende,(luego por la, 16, del,1.)el angulo.D E B, es mayor q̃ el angulo,D A E,Y es ygual el angulo,D A E,al angulo,D B E,Luego mayor es el angulo,D E B,q̃ el angulo.D B E,y a mayor angulo mayor lado le esta opuesto (por la.18,del,1,Luego mayor es,D B,q̃ no D E,y por la, 15, definicion)es ygual,D B.a la D Z,Luego mayor es:D Z,q̃ no D E,la menor q̃ la mayor que es impossible.Luego estédida vna linea recta desde,A,asta.B,no cae fuera d̃l circulo, Dela misma manera demostraremos,que ni en la misma circunferencia,luego caera dentro.Luego si en la circunferécia devn circulo.y lo de mas que se sigue como enel theorema,loqual conuino demostrar,

Theorema,2, Proposicion.3.

¶Si enel circulo vna linea recta tirada por el cētro,cortare por medio a otra linearecta no tirada por el centro,cortar la a en angulos rectos, y si la cortare en angulos rectos, tambié la cortara por medio.

¶Sea el circulo. A B C. y en el vna linea recta tirada por el cẽtro. C D. corte por medio a la linea. A B. no tirada por el centro, en el pũcto, Z. Digo q̃ tambiẽ la corta en angulos rectos: Ofrezcase o tomese el cẽtro del circulo. A B C. por la. 1. del. 3, y sea. E. y por la. 1. peticiõ. tirẽse. E A. E B. y porq̃. A Z. es ygual a la. Z B. y es comũ la. Z E. luego las dos, E Z, Z A son yguales a las dos. E Z, Z B. Y la basis. E A es ygual a la basis, B E (por la 15. definiciõ del. 1. (Luego por la. 8. del. 1.) el angulo. A Z E. es ygual al angulo. B Z E. Y quãdo vna linea recta cayendo sobre otra linea recta hiziere angulos d̃ vna y otra parte entre si yguales (por la. 10, definiciõ del. 1.) cada vno delos mismos angulos sera recto. Luego cada vno de los dos. A Z E. B Z E. es recto. Luego. C D. estendida por el centro cortãdo a la. A B. no estendida por el centro, por medio, corta la tãbien ẽ angulos rectos. Pero corte la. C D. a la A B. en angulos rectos. Digo q̃ tambien la corta por medio, esto es, que. A Z es ygual a la, Z B. porq̃ dispuestas las mismas cosas y fabricadas dela misma manera por

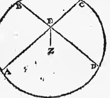


que es ygual. E A, a la, E B (por la. 15. d̃l. 1.) sera ygual el angulo. E A Z, al alguno. E B Z. Y el angulo. A Z E recto es ygual (por la. 4, peticion, al angulo recto. B Z E. Luego son dos triangulos. E A Z, E B Z, que tienẽ los dos angulos yguales a los dos angulos, y el vn lado ygual al vn lado que es. E Z, es a saber que siendo comun (por la. 26. del. 1) se oppone en ellos a vno de los yguales angulos. Luego tambien los de mas lados tendran yguales a los de mas lados. Luego ygual es. A Z. a la. Z B Luego si vna linea recta, y lo de mas que se sigue como en el theorema, lo qual conuiuo demostrarse.

Theorema. 3. Proposicion. 4.

¶Si en el circulo dos lineas rectas se cortaren entre si no tiradas por el centro, no se cortaran por medio.

Sea el circulo. A B C D. y en el dos lineas rectas. A C. B D. cortense en, E, no estendidas por el cẽtro. Digo q̃ no se cortã por medio. Porq̃ si es possible cortense entre si por medio de tal manera q̃, A E, sea ygual a la E C, y la. B E. a la. E D. Tomese el cẽtro del circulo. A B C D, y sea por la. 1. del. 3. Z, y por la. 1. peticion, tirese, Z E. Pues porq̃ vna linea recta, Z E, tirada por el cẽtro, corta por medio a la linea, A C, no tirada por el centro, corta la tãbiẽ en angulos rectos, por la. 3. del. 3. Luego el angulo, Z E A, es recto. Y tẽ



porq̃ vna linea recta, Z E, corta tambien por medio ala linea B D. no tirada por el centro tambien (por la. 3. del. 3) la corta en angulos rectos. Luego el angulo. Z E B, tãbien es recto y probose que el angulo, Z E A, es recto, luego el angulo. Z E A, por la. 4. peticiõ, es ygual al angulo, Z E B, el menor al mayor que es impossible. Luego las lineas rectas, A C, B D. ẽ ninguna manera se cortan por medio. Luego si en vn circulo, y lo que mas se sigue que conuino demostrarse.

Theorema. 4. Proposicion. 5.

¶Si dos circulos ẽtre si se cortarẽ, no sera vno mesmo el centro dellos.

Cortẽse los dos circulos, A B C, C B I, entre si ẽ los pũctos C, B, digo q̃ su cẽtro no es vno mesmo. Porq̃ si es possible sea E, y por la, 1, peticiõ, tirese, E C. y tirese tãbiẽ, E Z I, como quiera, y porq̃ el pũcto, E, es cẽtro del circulo, A B C, sera ygual

E C,a la,E Z,por la,15, definició del,1,)Ytẽ porq̃ el puncto E.es cẽtro del circulo, C B I, es ygual por la misma difinició,E C,a la,E I, y esta demostrado q̃,E Z,es ygual a la,E C luego tãbien,E Z,es ygual ala E I, la menor a la mayor q̃ es impossible.Luego el pũcto,E. no es cẽtro de los circulos, A B C,C B I, Luego si dos circulos y lo de mas que se sigue, lo qual conuenia demostrar,.

Theorema.5. proposició. 6.

Si entre si se tocaren dos circulos por de dentro,el centro de ellos no sera vno mesmo.

Toquen se por de dentro los dos circulos, A B C,C D E. enel puncto,C,digo q̃ el centro dellos no es vno mismo, Por q̃ si es possible sea,Z,y por la,1,petitió,tirese, Z C, y tambien tirese como quiera,Z B,Pues porq̃ el puncto.Z. es cẽtro del circulo,A B C, es ygual,Z C,(por la,15,)definició del.1,a la,Z B,Ytẽ porq̃ el puncto Z,es centro del circulo,C D E,es ygual,Z C,a la,Z E por la misma definició: y esta sabido q̃,Z C.es ygual a la,Z B, luego Z E,es ygual a la, Z B, la menor a la mayor,lo qual es impossible,Luego el pũcto,Z, no es cẽtro de los circulos,A B C,C D E, luego si entre si se tocaren dos circulos:y lo q̃ mas se sigue:como é el theorema que se hauia de demostrar.

Theorema.6. proposicion, 7,

¶Si enel diametro de vn circulo se tomare algun pũcto q̃ en ningũa manera sea el centro

del circulo:y desde aql pũcto al circulo saliere algunas lineas rectas:la mayor sera en la q̃ esta el cẽtro:pero la mas pequeña la q̃ resta,y delas otras siẽpre la mas cercana a aqlla que passa por el centro,es mayor que la mas apartada, mas solamente caen dos yguales lineas rectas desde el mismo puncto asta el circulo. a am bas partes dela menor.

Sea el circulo.A B C D,y su diametro sea.A D.y en el mismo.A D. tome se vn pũcto y sea.Z.el qual no sea el cẽtro del circulo:y sea(por la.1.del.3.)el centro del circulo.E. y desde Z.asta el circulo.AB C D,cayã algunas lineas rectas.Z B.Z C Z I,Digo q̃ la.Z A.es la mayor:y la.Z D. es la menor:pero de las otras la,Z B.es mayor que la.Z C.y la.Z C.mayor q̃ la.ZI Tirẽ se.B E.C E.I E, por la.1.peticiõ.Y porq̃(por la.20. del.1.)de todo triãgulo los dos lados son mayores q̃ el q̃ resta,luego.EB.EZ.sõ mayores q̃ el restãte.Z B. y la A E.es ygual a la.B E.por la 15.dificiniciõ del.1.Luego.BE E Z.son yguales a la.A Z.luego mayor es.A Z, que B Z De mas desto porq̃. B E es ygual a la.C E.por la.15. difiniciõ del.1.y es comũ la.Z E.luego las dos B E,E Z.son yguales a las dos.C E.E Z.y el angulo.B E Z.es mayor q̃ el angulo C E Z.luego la basis.B Z(por la.24.del.1.)es mayor q̃ la basis C Z.y por esto.C Z.es mayor q̃.Z I.Ytẽ porq̃. I Z.Z E. por la.20.del.1.)son mayores q̃. E I. y (por la.15. definiciõ del.1.)es

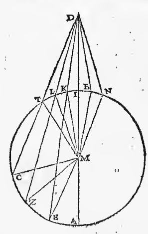
ygual.E I,a la.E D.Luego,I Z,Z E son mayores q̃.E D.Quite se la comũ,E Z,luego la q̃ resta.I Z,es mayor que la restante Z D.Luego la mayor de todas es,Z A,y la menor . Z D. y es mayor,Z B. que,Z C y la.Z C,que la.Z I.Digo tambien q̃ desde el puncto,Z,solamente dos lineas rectas yguales caen en el circulo,A B C D,a ambas partes dela menor.Haga se(por la.23.del.1.)sobre la linea recta,E Z,y enel puncto.E. dado ẽ ella el angulo,Z E T.ygual al ãgulo.I E Z (y porla.1.petició, tirese.Z T.Pues porq̃ es ygual.I E,a la,E T,porla.15.definició del.1.y la.E Z.es comun,luego las dos,I E,E Z, son yguales a las dos.T E,E Z.Y por la.23.del.1,el angulo,I E Z.es ygual al angulo.T E Z.Luego por la.4.del.1,la basis.Z I.es ygual a la basis,T Z.Digo tambien q̃ a la linea, Z I. ninguna otra le cae ygual enel circulo desde el puncto,Z.porque si es possible caya,Z K.Y porque.Z K,es ygual a la,Z I,y la.Z T,es ygual ala Z I. Luego,Z K.es ygual a la,Z T,luego la que esta mas propinqua a la que passa por el cẽtro es ygual a la mas apartada que por lo q̃ esta demostrado es impossible. O desta manera por la.1.petició,tirese,E K.y porq̃ (por la.15.definició del.1.) es ygual.I E.a la,E K,y comun la,Z E,yla basis.I Z.es ygual a la basis,Z K.Luego por la.8.del.1.el angulo,I E Z, es ygual al angulo,K E Z,y el angulo.I E Z,es ygual al angulo,T E Z.Luego por la.1.comũ sentencia,el angulo.T E Z.es ygual al angulo,K E Z,el menor al mayor que es impossible. Luego desde el puncto,Z,ninguna otra cae enel circulo ygual a la.I Z. luego vna sola.Luego si enel diametro de vn circulo,ylo que mas se sigue como eñl theorema q̃ eslo q̃ se auia d̃ demostrar

Theorema.7 Proposicion. 8.

¶ Si fuera de vn circulo se toma algũ pũcto y desde aq̃l pũto al circulo se tirã algũas lineas rectas de las quales la vna se estiẽda por el cẽ

tro

tro, y las demas como quiera, de las lineas rectas q̃ caen ẽn la circunferencia conuexa es la mayor la q̃ se tiro por el cẽtro: y d̃ las otras siẽpre la mas propinqua a la q̃ passa por el cẽtro es mayor q̃ la mas remota. Pero de las lineas rectas q̃ caen ẽla circũferẽcia curua es la menor la q̃ esta entre el pũcto y el diametro: y la mas propinqua a la menor siẽpre es menor que la mas apartada y solamẽte dos lineas rectas caẽ yguales eñl circulo a ãbas partes d̃la menor,



❧ Sea el circulo. A B C. Y fuera del mismo. A B C. Tomese el puncto. D. y desde el tirense algunas lineas rectas al mismo circulo, y seã D A. D E. D Z. D C. y tirese. D A. por el cẽtro. Digo q̃ de las lineas rectas, q̃ caẽ en la circũferẽcia del circulo. A E Z C. Es la mayor la q̃ passa por el centro, q̃ es. D A. y la menor la q̃ esta entre el puncto. D. y el diametro. A I. Pero mayor es D E. q̃ no D Z, y la D Z. q̃ no la. D C. pero d̃las lineas rectas q̃ caen en la circũferẽcia curua. T L K I. siẽpre la mas llegada a la menor D I. es menor q̃ no la mas apar

apartada, esto es la. D K. q̃ no la. D L. y la. D L. q̃ no la D T. Tomese (por la. 1. del. 3) el centro del circulo. A B C. y sea. M. y por la. 1. peticion) tiren se. M E. M Z. M C. M T, M L. M K. (y porq̃ por la. 15. difini. d̃l. 1.) es ygual la. A M. a la. E M, pōga se comun. M D. Luego A D. es ygual a la dos. E M. M D. Pero la. E M. y la. M D, son mayores q̃ la. E D (por la. 20. del. 1) Luego tābiē. A D. es mayor q̃ la. E D, Ytē porq̃ (por la. 15. difinició del. 1.) la. M E. es ygual a la. M Z. pōga se. M D. comū, luego la E M. y la. M D. son yguales a la. Z M. y a la. M D. y el āgulo, E M D. es mayor q̃ el angulo. Z M D. Luego por la. 24, del, 1). la basis. E D. es mayor q̃ la basis. Z D. Dela misma suerte demostraremos q̃. Z D. es mayor q̃. C D. luego la mayor es. D A. y mayor. D E. q̃ no. D Z. y la. D Z. q̃ no la. D C. Y (porq̃ por la 20. del, 1) M K. y la, K D. son mayores q̃. M D. (y por la. 15. definició del. 1,) es ygual. M I. a la. M K. luego la. K D. es mayor q̃ la. D I. Por lo qual. I D. es menor q̃ no. K D. Y porq̃ del triangulo. M D L. del vn lado. M D. sale dos lineas. M K. K D. q̃ hizierō dentro el triangulo. M K D. luego (por la. 21. del. 1) M K K D. sō menores q̃. M L. L D. d̃ las q̃les. M K. es ygual ala. M L Luego la, K D, q̃ resta es menor q̃ la. D L, q̃ resta. Dela misma manera demostraremos q̃. D L. es meōr q̃. D T, luego la mas pequeña es. D I, Pero la. D K. es menor q̃ la. D L. y la, D L, q̃ la. D T, Digo tābien q̃ solamēte dos caen yguales desde el pūcto. D, sobre el mismo circulo a ambas partes d̃la menor, D I Hagase (por la. 23. del. 1) sobre la linea recta. MD. y enel pūcto M. suyo el angulo, D M B. ygual al āgulo, K M D, (y por la. 1. peticiō) tirese. DB. y porq̃ (por la. 15. definiciō d̃l. 1.) es ygual la M B. a la M K, y comū la. M D, Luego las dos, M K. M D, son yguales a las dos. B M, M D, la vna a la otra, y el angulo. K M D (por la. 23. del. 1.) es ygual al angulo. B M D. Luego (por la 4. del. 1,) la basis, D K, es ygual a la basis, D B. Digo pues que a la linea recta, D K, no cae otra ygual en el circulo desde el puncto, D, Porque si es possible, caya, y sea. D N. Pues por que la, D N, es ygual a la, D K, y a la misma, D K, le es ygual D B, Luego tambien, D B, por la primera comun sentēcia) es ygual a la. D N, Luego la maspropinqua ala

menor

menor.D I.es ygual a la mas apartada,lo qual ya efta demo ftrado por impoffible.O tābiē defta manera(Tirefe por la.1. petició)M N.y porq̃(por la.15.difinició)es ygual la.K.M.a la M N.y comun la.M.D.y la bafis.D K.es ygual a la bafis,D N por la fuppoficion,luego por la,8,del.1,el angulo.K M D. es ygual al angulo.D M N.y el angulo.K M D,es ygual al angu lo.B M D.Luego el angulo.B MD.es ygual al angulo.N MD es a faber el menor al mayor,que es impoffible,Luego defde el puncto.D.enel circulo. A B C.no caen mas de dos lineas re ctas yguales a ambas partes dela menor. D I. Luego fi fuera de vn circulo fe toma vn pūcto. Y lo de mas como en el theo rema,lo qual conuino demoftrar.

Theorema. 8. Propoficion.9.

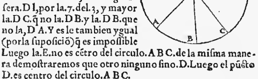
¶Si enel circulo fe toma vn puncto.y defde el puncto al circulo cayeren mas que dos lineas rectas yguales,el puncto tomado es dētro del mifmo circulo.

Sea el circulo,A B C.y dentro del efte el puncto.D,y defde el mifmo.D.enel circulo.A B C.cayan mas q̃ dos lineas re ctas yguales,efto es.D A.D B.D C.digo que el puncto.D . es centro del circulo,A B C.Tirenfe por la.(1.peticion.AB,BC y cortenfe por medio en los punctos.E Z.(por la, 10. del.1.)Con uiene a faber la.A B.en.E.y la.B, C en.Z.y tiradas.ED. DZ. por la (1.peticion) eftiendan fe a vna y otra parte afta los punctos, I K. L T.Pues porque es ygual A E. a la E B.y comun la,E D, Luego los dos lados,A E,E D,fon yguales a los dos lados, B E, E D, Y por la fupoficion,la bafis,D A,a la bafis,D B,es ygual.Luego el angulo,A E D,es ygual al angulo,B E D,(por la,8,del,1) luego

luego cada vno delos angulos.A E D.B E D.es recto. Luego. I K, corta por medio a la, A B.y ẽ angulos rectos,por la.3.dl 3)y porq̃ si enel circulo algũa linea recta corta por medio y en angulos rectos a algũa linea recta(por el corolario dla,1. del.3.)enla q̃ corta esta el cẽtro delcirculo,luego ẽla.I K(por el mismo corolario,esta el cẽtro del mismo circulo.A B C, Y por lo mismo tãbien enla.T L.esta el cẽtro del circulo,A BC y ningũo otro tienẽ comũ la.I K.y la.TL.sino el pũcto.D.luego el pũcto.D.es cẽtro del circulo. A B C. Luego si dẽtro de vn circulo se toma algũ pũcto,y desde el pũcto en el circulo cayerẽ mas q̃ dos lineas rectas yguales,el puncto tomado es centro del circulo que cõuenia demostrarse

¶Lo mismo se demuestra de otra manera.

Porq̃ dẽtro del circulo.A B C.Tomese el pũcto.D. y desde el mismo.D.al circulo cayan mas q̃ dos lineas rectas yguales.D A.D B,D C.Digo q̃ el pũcto.D,to mado esẽtro del circulo.A B C.Porq̃ sino,si es possible sea.E. y tirada.D E.estiendase asta ẽ los pũctos.Z I.Luego la.Z I.es diametro del mismo circulo.A B C.Pues porq̃ en el diametro. Z I. del circulo. A B C.se tomo el pũcto.D.q̃ no es centro del mismo circulo, la mas grãde sera.D I,por la.7.del.3, y mayor la.D C.q̃ no la.D B.y la.D B.que no la,D A.Y es le tambien ygual (porla suposiciõ)q̃ es impossible Luego la.E.no es cẽtro del circulo.A B C.de la misma manera demostraremos que otro ninguno sino.D.Luego el pũcto D.es centro del circulo.A B C.

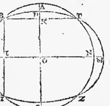


Theorema.9. Proposicion. 10.

¶Vn circulo no corta a otro circulo en mas punctos que dos.

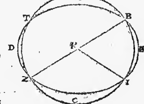
Porq̃

Porq̃ si es possible, el circulo. A B C, corte al circulo, D E Z en mas pũctos que dos, esto es, en, B. I. T. Z. y tiradas, B I. B T cortense por medio (por la, 10. del. 1.) en los punctos. K. L, y por la. 11. del. 1.) desde los mismos. K. L. tiradas sobre. B I. B T ẽ angulos rectos. K C. L N M estiendanse asta los pũctos A. X. E. Pues por q̃ en el circulo. A B C, la linea recta. A C, corta por medio y en angulos rectos ala linea recta B T (por la. 3. del. 3.) luego ẽ la misma. A C. esta el cẽtro del circulo. A B C, Ytem por q̃ enel mismo circulo, A B C la linea recta. N X. q̃ es la. M E, corta a la linea. B I. por medio y en angulos rectos, por la. 3. del. 3.) luego enla. N X. esta elcẽtro del circulo. A B C, por la misma) y esta demostrado que tãbien enla. A C, y en ningũo otro concurren las lineas rectas A C. N X. entre si sino ẽ. O. luego, O. es cẽtro del circulo. A B C Dela misma manera demostraremos q̃ tãbiẽ. O. es el cẽtro dl circulo. D E Z. luego delos dos circulos. A B C. D E Z. q̃ entre si se cortã, es vn mismo el cẽtro, lo qual, por la, 5. del. 3.) es impossible. Luego vn circulo a otrõ circulo, ẽ mas que dos punctos no le corta, que se hauia de demostrar.



¶ Lo mismo se demuestra de otra manera.

¶ Corte otra vez el circulo A B C, al circulo, D E Z, en mas que dos punctos q̃ es en, B, Z, T. I, (y por la, 1, del 3,) tome se el centro delcirculo, A B C, y sea, K, y tire se, K B, K I, K Z, Pues porq̃ dentro del circulo, D E Z, se toma vn puncto, K, y en el mismo circulo caen mas



que dos

que dos lineas rectas,K B.K I,K Z,luego(por la.9, del,3,) el puncto,K,es centro del circulo,D E Z,y del circulo, A B C, es centro el mismo,K,Luego de los dos circulos que entre si se cortan es vno mismo el cētro,K. q̄(por la,5,del,3)es impossible,Luego vn circulo no corta a otro circulo en mas que ē dos punctos,que se hauia de demostrar,

Theorema. 10.   Proposicion.11.

¶Si dos circulos entre si se tocaren por dētro y se toman sus centros,la linea recta que abraça los centros de ellos estendida cae en el tocamiento de los circulos.

Los dos circulos,A B C,A D F.Toquense entre si por dētro enel pūcto,A,y tomese (por la,1,del,3,)el centro del circulo,A B C,y sea,Z,y el del circulo,A D E,sea,E,digo que la linea recta tirada desde,Z,asta en.E,y estendida,cae en el pūcto,A.porque sino, si es possible caya como,Z I D T.y tirese.A Z.A I. Pues porque. A I. y la.I Z,por la(zo.del.1)sō mayores que la. Z A. esto es,que la.Z T.quitese la comun . I Z, Luego la,A I,que resta mayores que la, I T. que resta, Y la D I.es ygual a la,I A(por la,15 definiciō del,1,) luego, I D, es mayor que,I T,la menor que la mayor , que es impossible, Luego la linea recta tirada desde,Z, asta el puncto.I. no cae fuera de,A,puncto del tocamiento,luego cae en el mismo tocamiento,Luego si dos circulos entre si se tocarē por dētro

y se

y se toman sus centros la linea recta que abraça los centros dllos estendida cae enel tocamiento dellos.

¶Lo mismo se demuestra de otra manera.

Caya como. I Z C. y estiendase en derecho. C Z I. hasta enl punto. T. y tirense. A I. A Z. pues porque. A I. I Z. son mayores que A Z. (por la.20.del.1.) y la. A Z. es ygual ala. Z C. esto es ala. Z T. quitese la comun. Z I. luego la. A I. que resta es mayor q la I T que resta, esto es. I D. mayor que. I T. la menor que la mayor. ques impossible. Semejantemente se demostrara ser impossible aunq este el centro del circulo mayor fuera del circulo pequeño.

Theorema.11. Proposicion.12.

¶Si dos circulos entre si por de fuera se tocaren, la linea recta que abraça sus centros passara por el tocamiento.

Los dos circulos. A B C. A D E. toquense por de fuera enel puncto. A. y tomese por la.1.del.3. el centro del circulo. A BC y sea. Z. y el del circulo. A D E. sea. I. digo que la linea recta tirada desde. Z. hasta. I. passa por el tocamiento. A. porque sino passe como. K C D T. si es possible, y tire se A K. A T. Pues porque. K. es centro del circulo. A B C. sera ygual. K A. ala. K C. Item porque el puncto. T es centro del circulo. A D E. sera ygual. A T. a la. D T. y

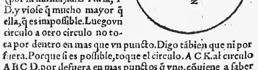
B E Z A I K C D T

y esta demostrado q̃.K A.es ygual ala.KC.luego.K A.y la AT son yguales a la.K C.y ala.T D.por lo qual toda la.KT.es mayor que las dos.K A.A T.y es menor por la.20.del. 1, lo qual es impossible. Luego la linea recta tirada del cētro del vno al del otro passa por el puncto.A.del tocamiento. Luego si dos circulos se tocaren entre si por de fuera la linea recta que abraça sus centros passara por el tocamiento.

Theorema.13. Proposicion.13.

¶Vn circulo no toca a otro circulo en maspũctos que vno, aunque le toque por de fuera y aunque por dentro.

Porq̃ si es possible toque el circulo.A B C,al circulo. E B Z D,lo primero por dentro en mas que vn puncto, que es ē D.B.y tomese el centro del mismo circulo. A B C D. y sea. I. (por la.1.del.3.) y el del circulo. E B Z D.sea. T. luego por la.11.del mismo) la linea recta tirada desde.I.asta. T.Cae en los punctos.B D.como.B I T D.y porque el puncto.I.es cētro del circulo A B C D. por la.15.definicion del.1,es ygual B I.a la.D I.Luego mayor es B I.que, T D,luego mucho mayor,B T,que no. T D. Ytem porque el puncto. T.es cētro del circulo.E B Z D.es ygual (por la misma) la.B T.a la, T D.y viose q̃ mucho mayor q̃ ella, q̃ es impossible. Luego vn circulo a otro circulo no toca por dentro en mas que vn puncto. Digo tābien que ni por fuera. Porque si es possible, toque el circulo.A C K.al circulo A B C D.por de fuera en mas punctos q̃ vno, cōuiene a saber en.A.

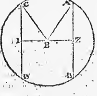


en A, y en. C, y tirese, A C, por la. 1. peticiõ) Pues porque en la circũferẽcia de ambos circulos. A B C D, A C K, sean tomado dos pũctos, a caso A. C, cae dẽtro de ambos (por la. 2. del. 3.) la linea recta que los abraça, y cae dentro del circulo. A B C D y fuera del circulo. A C K, lo qual es impossible. Luego vn circulo a otro circulo no le tocara por de fuera ẽ mas punctos q̃ en vno. Y esta demostrado que ni por dentro. Luego vn circulo no toca a otro circulo en mas punctos que vno aunq̃ por fuera, y aunque por dentro le toque, lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 13. Proposicion. 14.

¶ Enel circulo yguales lineas rectas, ygualmẽte distã del centro, y las que ygualmente distã del centro son yguales entre si.

Sea el circulo. A B C. y este enel las lineas rectas, A B C D Digo q̃ ygualmẽte distã del cẽtro, Tomese por la. 1, dl, 3. el cẽtro del circulo. A B C D. y sea. E. y desde el pũcto, E. sobre las mismas. A B. C D (por la. 12. del. 1.) tirẽse las perpendiculares E Z. E I. y tirense por la. 1. peticion, A E, E C. Pues porq̃ por la. 1. del. 3. la linea recta. E Z. tirada por el cẽtro corta por el medio y ẽ angulos rectos vna linea recta. A B. no estẽdida por el centro, luego ygual es. A Z. a la. B Z. Luego, A B. es el doblo de. A Z, y por lo mismo tãbien. C D. es el doblo de la. C I. y es ygual. A B a la. C D. luego A Z. es ygual a la. C I. Y porq̃ es ygual. A E. a la. E C. por ser del centro a la circunferencia, es ygual el quadrado que se haze de la. E C. al quadrado que se haze de la. A E, y por la. 47. del. 1. al quadrado que se haze de la. A E. son yguales los quadrados que se hazen de la. A Z. y



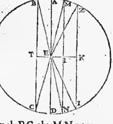
de la .Z E porque es recto el angulo . Z.y a aquel que se haze dela.E C. (por la misma) son yguales los que se hazen de la,E I. y de la. I C. porque es recto el angulo.I. luego losquadrados que se hazen dela.A Z.y dela Z E.son yguales a los q̃ se hacen dela.C I,y dela.I E.delosquales aquel que se hacede la.A Z.es ygual al que se hace dela,C I.porque es ygual.A Z. ala.C I.luego el restante que se haze dela.Z E.es ygual alque resta que se haze dela.E I.(por la.3.comun sentencia) luego E Z.es ygual ala.E I,y enel circulo las lineas rectas se dizen ygualmente distar del centro quando las perpẽdiculares tiradas del centro hasta ellas son yguales(por la definiciõ.4.del. 3.)luego. A B.C D.ygualmente distan del centro. Pero põgo que.A B.C D.ygualmente distan del centro, esto es q̃.E Z, sea ygual ala.E I.Digo ques ygual.A B.ala.C D. Porque puestas las mismas cosas demostraremos dela misma suerte que A B.es el doblo dela misma.AZ.y la C D.dela.C I. Y porques ygual.A E.ala.C E.por salir del centro a la circunferentia, es ygual el quadrado que se hace dela.A E.al quadrado que se hace dela.C E. Y a aq̃l quadrado que se haze dela.A E.son yguales los quadrados que se hazen dela.E Z.y d̃ la.Z A. (por la.47.del.1.)y al que se haze dela.C E.son yguales,por la misma,los que se hacen dela.E I.y dela.I C.Luegolosquadrados que se hazen dela.E Z.y dela.Z A.son yguales a aquellosquadrados que se hazẽ dela.E I.y dela.I C.Delos quales el quese haze dela.E I.es ygual al que se haze dela.EZ.porques ygual E Z.ala.E I.luego el que resta que se haze dela.A Z, por la.3. comun sentencia,es ygual a aquel que se hace dela.C I,luego ygual es.A Z.ala.C I.y dela.A Z.es dupla la.A B.ydela.C I.es dupla la.C D.luego ygual es.A B,ala.C D,por la 6. comun sẽtecia, Luego enel circulo yguales lineas rectas ygualmente distan del centro.Y las que ygualmente distan del centro son yguales entre si.Lo qual se auia de demostrar.

Theorema.14 Proposicion,15,

En el

Enel circulo la mayor es el diametro, y de las otras siempre la mas propinqua al centro, es mayor que la mas apartada.

Sea el circulo, A B C D, y el diametro suyo sea. A D. y el cẽtro sea. E. y la mas llegada al diametro. A D. sea. B C, y la mas apartada sea. Z I, digo que. A D. es la mayor, y mayor es. BC. que no. Z I. Tirẽse(por la. 12. del. 1.) desde el cẽtro. E, sobre las dos, B C. Z I, las perpendiculares. E T. E K. y porq̃ la mas llegada al centro es. B C. y la mas apartada, Z I. Luego por la. 4. difinicion del. 3. mayor es. E K, q̃ la, E T. pongase (por la. 4. del. 3.) la. E L. ygual ala. E T. y por la. 11. del, 1. tirada. L M. por el puncto. L, en angulos rectos con, E K. estiendase hasta. N. y por la. 3. peticion, tirense. E M. E N. E Z, E I. Y porque. E T. es ygual ala. E L, (por la. 14. del 3.) y difinicion, 4. del mesmo, es ygual. B C. ala. M N. ytem por que es ygual. A E. ala, E M, y la. E D, ala. E N. luego, A D. es ygual ala, E M, y ala. E N. Y la M E, y la. E N. por la, 20. del. 1. son mayores que. M N. luego. A D. es mayor que. M N. Y porque las dos. M E, E N, son yguales alas dos. Z E. E I. (por la. 15. definicion del. 1., por ser del centro ala circunferencia. Y el angulo. M E N. es mayor que el angulo. Z E I. Luego la basis. M N. por la. 24. del. 1. es mayor que la basis. Z I. Y esta mostrado. M N, ser ygual, ala, B C. luego, BC. es mayor que, ZI, Luego la mayor es el diametro. A D. y mayor la, BC, que la. ZI. Luego eñl circulo la mayor es el diametro. Y delas otras siempre la mas propinqua al centro es mayor que la mas apartada; que con uino demostrarse.



Theorema. 15. Propoſicion. 16.

¶La que se saca dela extremidad del diametro del circulo en ãgulos rectos cae fuera del mismo circulo: y en el lugar de entre la misma linea recta y la circunferẽcia del circulo no caera otra linea recta, y el angulo del semicirculo es mayor que todo angulo agudo rectilineo, y menor el que resta.

❧Sea el circulo. A B C. sobre el centro. D. y el diametro. AB Digo que la que se saca desde. A. en angulos rectos con la. A B. cae fuera del mismo circulo, Porque sino, si es possible caya dentro como. C A. Y tire se. D C. Y porque. D A. es ygual a la. D C. (por la. 15. definicion del. 1.) por ser del cẽtro ala circunferẽcia, tambiẽ sera ygual el angulo. D A C. al angulo. D C A. Y el angulo. D A C. es recto, luego. A C D. tãbien es recto, Luego los angulos. D A C A C D. sõ yguales a dos rectos Lo qual, por la. 32. del. 1, es impossible. Luego la sacada del pũcto. A. en angulos rectos con. A B. no cae dẽtro del circulo Tãbien dela misma manera demostraremos q̃ ni en la misma circũferencia. Luego cae fuera como. A E. Digo q̃ en el lugar entre la linea. A E. y la circũferẽcia. B C A. no cae otra linea recta. Porq̃ si es possible caya como. Z A. y saquese (por la. 12, del. 1.) del puncto. D. sobre la. Z A. la perpendicular. D I. Y porq̃ es recto el angulo. A I D. y menor q̃ recto el angulo. D A I. Luego mayor es. A D. q̃ no, D I. Y es ygual la. D A. a la. D T. por ser del cẽtro a la circũferencia. Luego por la. 19. del. 1. mayor es. D T. que no. D I. la menor q̃ la mayor, q̃ es impossible.

Luego

Luego enel lugar entre la linea recta y la circũferẽcia no cae otra linea recta. Digo tãbien q̃ el angulo del semicirculo contenido dela linea recta. A B. y dela circũferencia. C T A. es mayor que todo angulo agudo rectilineo, y el que resta contenido dela circunferencia. C T A. y dela linea recta. AE, es menor q̃ todo angulo agudo rectilineo. Porq̃ si hay algun angulo rectilineo mayor q̃ el angulo que es contenido dela circunferẽcia. C T A. y dela linea recta. B A. pero menor q̃ el que es contenido dela circunferẽcia. C T A. y de la linea recta. AE. caera enel lugar entre la circunferẽcia. C T A. y la linea recta. A E. linea recta, la qual hara mayor el angulo contenido de las lineas rectas que el q̃ es contenido de la linea recta. B A. y la circunferẽcia. C T A. pero menor q̃ el que es contenido de la circunferencia. C T A. y dela linea recta. AE. Y no cae. Luego por la possibilidad ya demostrada, el angulo agudo contenido de lineas rectas, no es mayor que el angulo cõtenido dela linea recta, B A. y dela circunferẽcia. C T A. ni tampoco menor que el contenido dela circunferencia. C T A. y dela linea recta, A E.

¶ Corolario.

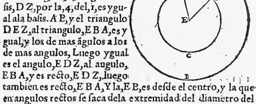
¶ De aqui es manifiesto que la sacada dela extremidad del diametro de vn circulo en angulos rectos toca al mismo circulo. Y que la linea recta, solamente en vn puncto solo toca a vn circulo

Porque està demostrado (por la. 2. del. 3.) que la que en aquellos dos punctos cae, cae dentro del, Lo qual conuino demostrarse.

Problema 2, Proposicion. 17.

¶ De vn pũcto dado tirar vna linea recta que toque a vn circulo dado.

❧Sea el punto dado. A. y el circulo dado sea. B C D. cõuiene pues desde el pũcto dado, A, tirar vna linea recta q̃ toque al circulo, B C D, Tomese por la, 1. del, 3. el centro del circulo y sea, E. y tirese por la. 1. peticiõ. A D E. y haziendo centro. E. segun la distancia. E A. por la. 3, peticion, describase el circulo. A Z I. y desde el mismo. D. tirese. D Z. en ãgulos rectos sobre E A. por la. 11. del, 1, y por la. 1, peticion. tiresse. E B Z, y. AB. Digoque desde el puncto. A. se tiro la linea. AB. que toca al circulo. B C D. Porque el punto, E, es centro del circulo, B C D, y del, A Z I, es ygual la, E A, ala, E Z, y la E D, ala, EB, por ser del centro ala circunferencia, Luego las dos, A E, E B, son yguales alas dos, E Z, E D, y tienẽ comun el angulo, E, luego la basis, D Z, por la, 4, del, 1, es ygual ala basis. A B, y el triangulo D E Z, al triangulo, E B A, es ygual, y los de mas ãgulos a los de mas angulos, Luego ygual es el angulo, E D Z, al angulo, E B A, y es recto, E D Z, luego



tambien es recto, E B A, Y la, E B, es desde el centro, y la que en angulos rectos se saca dela extremidad del diametro del circulo, toca al mismo circulo por el corolario dela, 16, del, 3. luego. A B, toca al circulo, B C D, luego del puncto dado, A, se tiro la linea, A B, tocando al circulo dado, D B C. Lo qual conuino hazerse,

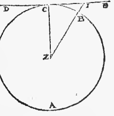
Theorema. 16. Proposicion. 18.

❧Si alguna linea recta tocare al circulo y desde el centro al tocamiẽto se tirare algũa linea recta, la tirada sera perpẽdicular a la q̃ toca.

❧Al circulo. A B C. toque le alguna linea recta. D E. enel puncto. C. y tomese por la. 1. del. 3. el cẽtro del circulo. A B C. y sea

Z. y

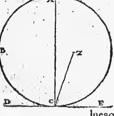
Z.y desde.Z.asta en.C.tirese por la.1.peticion, Z C.digo q̃ Z C es perpẽdicular sobre la.D E. Porque sino, tiresepor la.12.dl primero desde.Z.sobre . D E. la perpendicular.Z I. Pues porque el angulo.Z I C.es recto, luego el ãgulo.I C Z.es agudo. Luego mayor es el angulo.Z I C.q̃ el angulo.Z C I.y debajo de mayor angulo (por la.19.del.1.) se estiẽde mayor lado, luego mayor es. Z C.q̃ no.Z I.y es ygual la.Z C.a la.C B por ser del cẽtro a la circunferẽcia, luego mayor es.Z B.que.Z I. la menor q̃ la mayor, q̃ es impossible. Luego.Z I.no es perpendicular sobre. D E. Luego si alguna linea recta tocare al circulo, y lo q̃ mas se sigue. Lo qual conuino demostrarse.



Theorema.17. Proposicion.19.

¶Si alguna linea recta tocare al circulo, y desde el tocamiento se le sacare alguna linea recta en angulos rectos, enla que es sacada estara el centro del circulo,

Al circulo.A B C.toquelevna linea recta.D E.enel pun cto.C. y desde.C.por la.11.del.1. Tire se C A.en angulos rectos. Digoque enla misma.C A.esta el centro dl circulo, Porq̃ sino, si es possible este en.Z.y por la.1.peticion tire se.C Z. Pues porq̃ la linea . D E. toca al circulo.A B C. y desde el centro al tocamiento se tiro.Z C.



luego

luego por la.18.es perpendicular a la D E.y es recto el angulo.Z C E,y el angulo.A C E.es recto.Luego el angulo.Z C E. es ygual al angulo.A C E. el menor al mayor,que es impossible.Luego.Z.no es centro del circulo.A B C.Tambien demostraremos de la misma manera q̃ ni en otra parte fuera del a A C.Luego si alguna linea recta tocare al circulo, y desde el tocamiẽto se sacare vna linea recta en angulos rectos sobre la que toca,en la que se saca estara el centro del circulo. Lo qual conuino demostrar se.

Theorema.18. Proposicion.20

¶Enel circulo,el angulo sobre el cẽtro, es doblado al de sobre la circunferẽcia,quandolos angulos tuuieren ygual circunferencia.

Sea el circulo,A B C.y sobre su centro este el angulo. B E C. pero sobre la circunferencia el angulo.B A C,y tengã por vna misma basis a la circunferencia.B C. Digo que el angulo B E C.es doblado al angulo.B A C.Porque tirada.A E. (por la.2.peticion)estiendase asta en.Z. Pues porque es ygual ala.E B.por ser del centro a la circunferencia, es ygual el angulo.E A B. al angulo.E B A.Luego los angulos.E AB E B A.son el doblo del angulo. E A B (por la.5.del.1.) y es ygual el angulo.B E Z.(por la.32.del.1.) a los angulos.E A B.E B A.Luego el angulo.B E Z.es el doblo de.EAB y por la misma manera tambien el angulo.Z E C.es el doblo del angulo.E A C.por la misma.Luego todo.B E C.es el doblo de todo.B A C.Yten pongase otro angulo.B D C.y tirese (por la.1.peticion. D E.) y estiendase por la.2.peticion asta en.I. Demostraremos tambien de la

misma manera, que el angulo. I E C. es doblado al angulo. C D E. Delos quales el que debaxo de. I E B. es el doblo del angulo. E D B. Luego el que resta. B E C. es el doblo de. B D C. Luego eñl circulo el angulo sobre el centro es doblado al de sobre la circunferencia, quando los angulos tuuieren ygual circunferencia. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 19. Proposicion, 21.

¶ En el circulo, los angulos q̃ estan en vn mismo segmento, son yguales entre si.

Esten enel segmento. B A E D. del circulo. A B C D. los angulos. B A D. B E D. digo que los angulos. B A D. B E D. son entre si yguales. Tome se por la .1. del. 3.) el centro del circulo. A B C D. y sea. Z. y tirense por la. 1. peticion. B Z. Z D. y porque el angulo. B Z D. esta sobre el centro, y el angulo. B A D. sobre la circunferencia, y tienē por basis la misma circunferencia. B C D Luego el angulo, B Z D, por la precedente, es doblado al angulo. B A D. Y por esto el angulo. B Z D. es tambien doblado al angulo. B E D. Luego ygual es el angulo. B A D. al angulo B E D(por la comun sentēcia que dize, Las cosas que devna misma son mitad entre si son yguales, Luego enel circulo los angulos que estan en vn mismo segmēto son yguales entre si. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 20. Proposicion. 22.

¶ Los angulos oppuestos d los quadrilateros q̃ estā en los circulos son yguales a dos rectos

Sea

Sea el circulo. A B C D. y este enel el quadrilatero. ABCD Digo que los angulos oppuestos son yguales a dos rectos. Tiren se (por la. 1. peticion) A C. B D. Pues porq̃ (por la, 32. del. 1) los tres angulos de todo triangulo son yguales a dos rectos, luego del triangulo. AB C. los tres angulos C A B. A B C. B C A, son yguales a dos rectos, y el angulo. C A B. es ygual al angulo. B D C. por la. 21. del. 3. por estar eñl mismo segmento. B A D C. Y el angulo. ACB (por la misma) al angulo. A D B. por estar en vn mismo segmento, A D C B. luego todo. A D C. es ygual a los dos. B A C. ACB. Pongase por comun el angulo. A B C. luego los angulos. A B C, B A C. B C A son yguales a los angulos. A B C. A D C. y los angulos. A B C. B A C. A C B, son yguales a dos rectos, luego los angulos. A B C. A D C, son yguales a dos rectos. Dela misma fuerte se demostrara que tambien son yguales a dos rectos. B A D. D C B. Luego los angulos oppuestos de los quadrilateros que està en los circulos son yguales a dos rectos. Lo qual conuenia demostrarse.

Theorema. 21. Proposicion. 23.

Sobre vna misma linea recta dada, no se darà hazia vnas mismas partes, dos segmẽtos de circulos semejantes y desiguales.

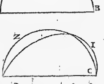
Porque si es possible, haganse sobre vna misma linea recta. A B. dos segmentos de circulos semejantes y desiguales A C B. A D B. hazia vnas mismas partes, y tire se. A C D. (por la primera peticion) y despues tiren se. C B. D B. Pues por que el segmento. A C B. es semejante al segmento A DB.

ADB.y ſon ſemejantes ſegmentos de circulos los que recibẽ yguales angulos,por la definiciõ. 10.del.3,luego el angulo.A C B,es ygual al angulo.A D B. el exterior al interior.Lo qual,por la. 16. del.1.es impoſsible. Luego ſobre vna miſma linea recta dada no ſe darã hazia vnas miſmas partes dos ſegmẽtos de circulos ſe mejantes y deſiguales.Lo qual conuino demoſtrarſe.

Theorema.22. Propoſicion.24.

¶Los ſegmentos ſemejantes de circulos,pueſtos ſobre yguales lineas rectas ſon yguales entre ſi.

Pongã ſe ſobre las lineas rectas yguales.A B.C D. los ſementos de circulos.A E B.C Z D,ſemejantes.Digo que el ſegmento.A E B.es ygual al ſegmento.C Z D.porque ſobre pueſto el ſegmento. A E B.al ſegmento. E Z D.y pueſto el punto.A.ſobre el pũto.D. y la linea recta.A B. quadrã do ſobre la linea recta.D C.tambien el punto, B. quadrára ſobre el puncto.C.Porque es ygual,A B, a la,C D,y quadrando la linea recta A B,ſobre la linea recta,C D,quadra tambien el ſegmento,A E B, al ſegmento.C Z D.Porque ſi la linea recta, A B, quadra ſobre la linea recta,C D,pero el ſegmento,A EB.no quadra ſobre el ſegmento,C Z D,ſino que difiere,como,C I D,Y vn circulo a otro circulo,por la,20,del,3,no le corta en mas q̃ dos puntos,y el circulo,C I D,corta al circulo,C ZD,en mas que en dos punctos que es en,C.I,D,lo qual por la miſma es impoſſi-

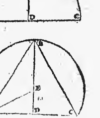


possible, Luego no quadrando la linea recta. A B. sobre la linea recta. C D. tampoco quadrara el segmento. A E B. sobre el segmento. C Z D, luego quadra y es le ygual. Luego los segmentos semejantes de circulos, puestos sobre yguales lineas rectas, son yguales entre si. Lo qual se hauia de demostrar.

Problema. 3. Proposicion. 25.

¶ Dado vn segmento de circulo: describir el circulo cuyo segmento es.

Sea el segmento del circulo dado. A B C. conuiene describir el circulo del qual es segméto. A B C, Cortese (por la. 10, del. 1.) la. A C. por medio en el puncto. D. y desde. D. saquese (por la. 11.) del mismo) la. B D. en angulos rectos sobre A C, y tirese. A B (por la. 1. peticion). Cõparado pues el angulo. A B D. cõ el agulo. B A D. o es mayor que el o ygual, o menor. Sea lo primero mayor, y por la. 23. del mismo, haga se sobre la linea recta. A B. y ẽ el puncto, A. el angulo. B A E. ygual al angulo. A B D. y por la. 2. peticion, estiendase. B D. asta en. E y tire se (por la. 1. peticion) E C. Pues porque el angulo. A B E. es ygual al angulo. B A E. luego es ygual, (por la. 6. del. 1.) la linea recta. E B. a la, A E, y porque es ygual. A D. a la, D C, y comun la. D E. luego las dos. A D. D E, sõ yguales a las dos. C D. D E. la vna a la otra, y el angulo, A D E, por la. 4. peticion, es ygual al angulo. C D E. porq̃ es recto cada vno. Luego la

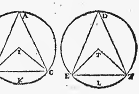


basis. A E, por la. 4. del. 1, es ygual a la basis. C E. y esta demostrado que la. A E, es ygual a la. B E, luego la. B E, es ygual ala C E, luego las tres. A E, E B, E C, son yguales entre si, Luego descripto vn circulo sobre el puncto. E. segun el espacio. A E. o el, E B, o el espacio. E C (por la. 3. petició, passara por los demas punctos y quedara descrito. Luego dado vn segméto de circulo describiose el circulo. Y cosa clara esque el segmento A B C. es menor que medio circulo, porque el centro. E, cae fuera del. Tambien de la misma manera demostraremos que aunque el angulo, A B D, sea ygual al angulo. B A D. Porque siendo ygual. A D, a cada vna de las dos. B D. D C, luego las tres, D A, D B, D C son yguales entre si, y sera centro el mismo. D. del circulo cumplido. Y tambien. A BC. sera medio circulo. Pero si el angulo, A B D. fuere menor que el angulo. BA D, haremos por la, 23, del primero, sobre la linea recta. A B. enel puncto, A, vn anguloygual al angulo, A B D, dentro del segmento. A B C. yel centro del circulo caera sobre la, D B. y sera el segméto, A B C. mayor que medio circulo, Dado pues vn segmento se describe el circulo cuyo es segmento, lo qual conuino hazerse.

Theorema. 23. Proposicion. 26.

¶Los angulos yguales en yguales circulos estan sobre yguales circunferencias, aora esten sobre los centros o sobre las circunferencias.

Sean yguales los circulos. A B C. D E Z y en ellos sean yguales los angulos sobre los centros. B I C. E T Z, y sobre las circunferencias, B A C. E D Z Digo que la circunfe-



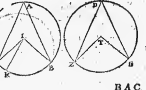
rencia

rencia.B K C.es ygual a la circunferencia.E L Z. Tiré se por la.1,peticion.B C.E Z, y porque los circulos, A B C, D E Z. son yguales,tambien lo seran las lineas que salen delos centros(por la. 1.definició del.3)Luego las dos,B I,IC.son yguales a las dos, E T.T Z.Y el angulo.I.es ygual al angulo.T.Luego por la.4,del.1,la basis.B C. es ygual a la basis,E Z. Y por que el angulo.A.es ygual al angulo,D, luego el segmento. B A C.por la.24.del, 3.)es semejante al segmento,E D Z, y estan en yguales lineas rectas,B C,E Z, y los segmentos semejantes de circulos que estan sobre yguales lineas rectas (por la misma.24)son yguales entre si.Luego el segmento, B A C es ygual al segméto, E D Z,y todo el circulo.A B C,es ygual a todo el circulo,D E Z,Luego la circunferencia,B K C, que resta es ygual(por la.3.comun sentencia)a la circunferencia E L Z.que resta.Luego é yguales circulos,yguales angulos estã en yguales circunferencias,aora esten sobre los cëtros,aora sobre las circunferencias.Lo qual convino demostrarse.

Theorema.24. Proposicion.27.

¶En yguales circulos los angulos que está sobre yguales circunferencias son yguales entre si:aora esten hechos sobre los centros,aora sobre las circunferencias.

Sea.En los circulos yguales.ABC.D E Z.sobre las circunferẽcias yguales, B C. E Z.esté sobre los centros los angulos. B I C.E T Z. y sobre las circunferẽcias esten los angulos



B A C.

B A C.E D Z.digo que elangulo.B IC.es ygual al angulo.E T Z,y el angulo.B A C.es ygual al ãgulo.E D Z.Pueſſiel angulo B I C es ygual al angulo.E T Z. claro es que tambien el angulo.B A C.es ygual al angulo.E D Z.por la.20.del.3.Pero ſino el vno dellos ſera mayor. Sea mayor el angulo.B I C.y por la 23.del.1,hagaſe ſobre la linea recta,BI.y enelpũcto.I.el angulo B I K. ygual al angulo.E T Z.y los angulos yguales eſtan ſobre yguales circunferencias (porla.26.del.3.)quando fueren enlos centros,luego ygual es la circunferencia.B K.a la circũferencia.E Z.y la.E Z.es ygual ala.B C.luego la,B K. es tãbiẽ ygual ala,B C.la menor ala mayor ques impoſſible.Luego el angulo.B I C.no es deſigual al angulo,E T Z.ſera pues ygual Y el angulo.A. es la mitad de el angulo.B I C.(por la.20.del.3 y por la miſma)el angulo.D.es mitad del angulo.E T Z. luego ygual es el angulo.A.al angulo.D.Luego en circulosyguales,los angulos que eſtan ſobre yguales circunferencias ſon yguales entre ſi aora eſten hechos ſobre los centros aora ſobre las circunferencias,lo qual conuino demoſtraſe.

Theorema.25. Propoſicion.28.

¶Enlos circulos yguales,laslineas rectasyguales cortan yguales circunferencias,mayor ala mayor ,y menor ala menor.

¶Sean los circulos yguales.A B C.D E Z.y enellos eſtẽ las lineas rectas yguales.BC.EZ.que corten las circunferencias mayores,BAC E D Z.y las menores, B K C. E T Z. Digo que la circunferencia.B A C.ma yor,es ygual a la circunferencia,E D Z mayor.Pero la circũ-

ferēcia,B K C.menor es ygual a la circūferēcia.E T Z.menor. Por la.1.del.3. tomen se los centros delos circulos y sean. I L y tiren se.I B.I C.L E.L Z.Y porque los circulos son yguales, son tābien yguales las lineas que salen de los centros (por la 1.definició del.3.)luego las dos.B I.I C. son yguales a las dos L E.L Z. y la basis.B C(por la suposicion)es ygual a la basis. E Z.Luego el angulo.B I C.es ygual al angulo.E L Z.por la.8. del.1.Y los angulos yguales ē circulos yguales(por la.26.dl.3) estan sobre yguales circūferencias,quando fueren hechos sobre los centros. Luego la circunferencia.B K C.es ygual a la circunferencia.E T Z.Y es todo el circulo.ABC.ygual a todo el circulo.E D Z,Luego la circunferencia.B A C.que resta sera ygual a la circunferencia,E D Z.q̄ resta(por la.3.comū sentencia.)Luego en los circulos yguales,las lineas rectas yguales cortan yguales circunferencias,mayor a la mayor, y menor a la menor.Lo qual conuino demostrar se.

Theorema.26. Proposicion.29

¶En los circulos yguales debaxo de yguales circūferēcias se estiēden yguales lineas rectas

Sean yguales los circulos.A B C.D E Z.y en ellos tomē se las yguales circunferencias.B I C.E T Z.Tirense las lineas rectas.B C.E Z,Digo que es ygual la linea recta,BC a la linea recta,E Z,Tomense (por la.1.del.3,)los cētros delos circulos, y sean, K,L. Tirense.KB.K C. E L.L Z. Y porq̄ la circunferencia B I C.es ygual a la.E T Z.es ygual el angulo.B K C. al angulo E L Z

E L Z.por la.27.proposicion del.3.)y porq̃ los circulos.ABC D E Z.son yguales,seran tambien yguales las que salẽ de los cẽtros (por la.1. definicion del mismo)Luego las dos.BK.KC son yguales a las dos.L E.L Z.y comprehenden angulos yguales,luego la basis.B C(por la.4. del. 1.) es ygual a la basis E Z.Luego en los circulos yguales debaxo de yguales circunferencias se estienden yguales lineas rectas, lo qual conuino demostrarse.

Problema.4. Proposicion. 30.

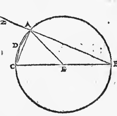
¶Diuidir por medio vna circunferẽcia dada.

¶Sea la circunferencia dada.A D B.cõuiene aora diuidir por medio la misma circunferencia.A D B.Tirese.A B,y por la.10 del.1.)diuidase por medio en el puncto,C.y desde. C. (por la 11.del.1,)saquese.C D.en angulos rectos sobre la linea recta A B.y tirese.A D.B D.Y porque la.A C. es ygual a la,C B. y comun la.C D.Luego las dos,A C C D.son yguales a las dos, B C. CD.y el angulo.A C D.por la.4 peticiõ,es ygual al angulo. B C D porque cada vno dellos es recto.Luego la basis.A D. (por la 4.del.1,)es ygual ala basis.D B.Y yguales lineas rectas cortã yguales circunferencias,mayor a la mayor,y menor a la menor(por la.28.del.3.)y cada vna de las circunferencias. A D. D B.es menor q̃ medio circulo.Luego la circunferencia.A D. es ygual a la circunferencia.D B.luego la circunferẽcia dada esta diuidida por medio.Lo qual conuino hazer se.

Theorema. 27. Proposicion. 31.

¶En el circulo,el angulo que esta enel medio circulo es recto, y el que esta en el segmento mayor, es menor q̃ recto,y el q̃enl menor seg

mento,es mayor que recto. Y de mas desto el angulo del mayor segmento es mayor que recto:y el angulo del menor segmēto es menor que recto .



❧ Sea el circulo. A B C D,y su diametro sea.B C.y el cētro sea E.y tome se enel medio circulo vn pūcto como quiera y sea.D. y tirense.B A. A C. A D,D C. Digo que el angulo . B A C. en el medio circulo es recto. Y el angulo enel segmento. A B C.mayor que medio circulo, que es A B C.es menor que recto. Pero el angulo en. A D C.segmēto menor que medio circulo,ques A D C.es mayor que recto. Tirese. A E.y estiendase.B A.asta en.Z.y porque.B E.es ygual a la.E A. por ser del cētro asta la circunferencia, es ygual el angulo.E A B.Por la.5.del.1.al angulo.E B A . Ytem porque es ygual la.A E.a la.E C. es ygual por la misma)el angulo.C A E.al angulo. A C E. Luego todo el angulo.B A C.es ygual a los dos angulos. A B C. A C B.Y el angulo.Z A C.fuera del triangulo. A B C . es ygual a los dos angulos. A B C. A C B(por la.32.del.1.)Luego el angulo.B A C es ygual al angulo.Z A C.Luego cada vno dellos es recto. Luego eñl medio circulo.B A C.El angulo.B A C.es recto.Y porque los dos angulos.A B C.B A C.del triangulo.A B C.por la 17. del. 1.) son menores que dos rectos.Y el angulo.B A C.es recto,luego el angulo.A B C.es menor que recto,y esta en el segmento. A B C.mayor que medio circulo.Y porque el quadrilatero. A B C D.esta enel circulo,y los angulos opuestos delos quadrilateros que estā en los circulos(por la.22.del.3) son yguales a dos rectos . Luego los angulos. A B C. C D A (por la misma)son yguales a dos rectos, y el angulo. A B C es menor,

es menor que recto,luego el angulo.A D C. que resta es ma yor que recto,y esta enel segmento menor que mediocirculo. Digo pues tambien quel angulo del segmento mayor cõprehendido dela circunferencia. A BC.ydela linea recta. A C es mayor que recto. Pero el angulo del menor segmento cõ prehendido dela circunferencia. A DC.y dela linea recta. A C.es menor que recto. Yesta manifiesto. Porque el angulocõ prehẽdidodelas lineas rectas. BA.A C.esrecto:luego el angulo cõprehendido dela circunferẽcia. A BC,y de la liuea recta.A C.es mayor que recto,porque eltodo es mayor quesu parte (por la.9.comun sentencia) Yten porque el angulo cõ prehendido delas lineas rectas.A C.A Z.esrecto:luego elangulo comprehendido dela linea recta.C A.y dela circunferẽcia.A DC.es menor que recto. Luego en el circulo el angulo que esta en el medio circulo es recto, y el que esta en el segmento mayor es menor que recto,y el que enl menor es ma yor que recto,y demas desto elangulo del mayor segmento es mayor que recto,y el del menor segmento menor que recto. Lo qual conuino demostrarse.

❧ Otra demostracion que el angulo.B A C. es recto. Porq el angulo.A E C.es doblado al angulo.B A E.(por la.32. del. 1.porqs ygual a los dos interiores y oppuestos,y losinteriores(por la.5.)son yguales:y el ãgulo. AE B.es doblado al angulo.E A C.luego los angulos. A E B.AE C.sonel doblo delãgulo.B A C.y los angulos. A E B.A E C.son yguales a dos rectos,luego el ãgulo.BAC es recto,lo q̃l se auia de demostrar

Corolario.

¶De aqui es manifiesto que si el vn angulo de vn triangulo fuere ygual a los dos que restan,que sera recto. Porque el que le esta pegado,conuiene a saber el que es hecho estendido el lado fuera deltriangulo,es ygual alos

mismos:y quando de vna y otra parte fueren yguales son rectos.

Theorema.28. Proposició. 32.

¶Si algũa linea recta tocare al circulo,y desde el tocamiẽto fuere tiradavna linea recta q̃cor te al circulo,los angulos q̃ hace con la q̃ toca son yguales a aquellos angulos que está enlos segmentos alternos del circulo.

¶Al circulo. AB C. toq̃ le la linea recta.E Z. eñl pũcto B. Ydesde el pũcto.B.saq̃se vna linea recta dẽtro d̃l circulo A B CD. q̃ le corte ysea.B D.digo q̃ los ãgulos q̃ la.B D.haze jũtamẽte cõ la.E Z.q̃ toca,son yguales a los angulos q̃ estã ẽ los segmẽtos alternos del circulo,esto es,q̃ el ãgulo.ZB D. es ygual al angulo q̃ esta eñl segmẽto.B A D.y el angulo.EB D.es ygual al angulo q̃ esta enel segmẽto BCD,Saq̃ se (por la.11.del.1,) desde el pũcto.B.la BA.ẽ ãgulos rectos sobre. E Z. Y tome se comoquiera vn pũcto enla circũferencia.B D.y sea.C.y tire se.AD.D C.C B. Y porq̃ al circulo. A B C D. le toca vna linea recta.E Z.ẽ.B.y desde el tocamiẽto.B. se saco la.B A.ẽ angulos rectos cõ la q̃ toca.Luego ẽ la misma.BA.esta el cẽtro del circulo. A B CD,por la.19 del.3.y el ãgulo. A D B.q̃ esta eñl medio circulo es recto(por la.31.del.3.)luego los ãgulos q̃ restã.B AD.A BD.son yguales avn recto,y el angulo.A B Z.es recto.Luego el angulo.ABZ. es ygual a los angulos.B A D.A B D.quitese el angulo comũ. A BD.luego el angulo.DB Z.q̃.resta es ygual al angulo.B AD q̃ esta enel segmẽto alterno del circulo.Yporq̃eñl circulo esta el quadrilatero.A B C D.los angulos oppuestos son yguales a dos rectos(por la.22.del.3)luego los angulos.D B Z.D B E

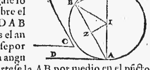
son ygua

sõ yguales a los angulos.B A D.B C D, de los quales el angulo. B A D.esta demostrado q̃ es ygual al angulo.D B Z.Luego el ãgulo.D B E.q̃ resta es ygual al angulo.D C B.q̃ esta eñl segmẽto alterno.Luego si al circulo le tocare alguna linea recta, y desde el tocamiẽto fuere tirada alguna linea recta q̃ corte al circulo,los angulos q̃ hace con la q̃ toca son yguales a aq̃llos angulos q̃ estan en los segmẽtos alternos del circulo, que se auia de demostrar.

Problema.5. Proposicion.33.

¶Sobre vna linea recta dada describir vn segmẽto de circulo que reciba vn angulo ygual a vn angulo dado rectilineo.

¶Sea la linea recta dada.A B.y el angulo rectilineo dado sea C.conuiene sobre la linea recta dada.A B.describir vn segmẽto de circulo que reciba vn angulo ygual al mismo angulo.C Es pues el angulo.C.o agudo,o recto,o obtuso.Sea lo primero agudo,como en la primer figura,Y por la.23.del.1.hagase sobre la linea recta.A B.y sobre el pũcto suyo.A.el angulo. D A B ygual al angulo.C. es pues el angulo D A B.agudo.Saquese por la.11.del mismo)la. A E.en angu



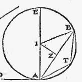
los rectos sobre. A D.y cortese la.A B.por medio en el pũcto Z.por la.10.del.1.)y desde el pũcto.Z.saquese.Z I.en angulos rectos sobre. A B.por la.11.del mismo y tirese la.I B.Yporq̃ es ygual la,A Z.a la.Z B.y comũ la.Z I.Luego las dos . A Z. Z I. sõ yguales a las dos.Z B.Z I.y el ãgulo.A Z I,porla.4.petiçiõ es ygual al ãgulo.I Z B,Luego la basis.A I.por la.4. del.1. es ygual ala basis.I B.Luego sobre el cẽtro.I.y el espacio.I A(por la.3.peti.descrito vn circulo passara tãbiẽ por. B. Describa se y sea.A B E.y tirese.E B.Pues porq̃ đ la extremidad đl diametro.A E.dsde el pũcto.A.sale.A D.ẽ ãgulos rectos sobre.A E. Luego la.A D.toca al circulo.ABE.por el corelario de la.16. [illegible] porq̃ el circulo. A B E. le toca la linea recta.A D.y des-

 de el

del tocamiento. A. dentro del mismo circulo se saco la linea recta. A B. luego el angulo. D A B, por la. 32. del mismo. es ygual al angulo. A E B. que esta enel segmento alterno del circulo. Y el angulo. D A B. es ygual al angulo. C. luego el angulo. C. es ygual al angulo. A E B. luego sobre la linea recta dada. A B. esta descripto el segmēto de circulo que recibe el angulo. A E B. ygual al angulo dado. C. Pero sea recto el angulo C. y sea menester otra vez descrebir sobre la. A B. vn segmēto de circulo que reciba vn angulo ygual al angulo recto. C, hagase otra vez sobre la linea



recta. A B. y sobre el puncto. A el angulo. B A D. ygual al angulo rectilineo dado. C. por la. 23. del. 1. como en la. 2. descriptiõ. y por la. 10. del. 1. cortese por medio la. A B. enel punto. Z y sobre el centro Z. y el espacio. Z A. o. Z B. describa se el circulo. A E B. (por la. 3. peticion.) Toca pues la linea recta. A D al circulo. A E B. porque el angulo. A. es recto. y el angulo. B A D. es ygual al angulo que esta enel segmento. A E B. porq̃ tambien es recto el mismo que esta enel medio circulo (por la. 31. del. 3.) y el angulo. B A D. es ygual al angulo. C. Luego esta otra vez descrito sobre la. A B. el segmento del circulo A E B. que recibe vn angulo ygual al angulo. C. Pero sea el angulo. C. obtuso, y haga se le ygual el angulo. B A D. sobre la linea recta. A B. y sobre el puncto. A. (por la. 23. del primero) como esta en la tercera descripcion) y sobre la. A D. saquese en angulos rectos la, A E (por la 11. del mismo) y corte se la. A B. por medio enel pũcto. Z, por la. 10. del mismo, y sobre la. AB. saque se ē angulos rectos. Z I. por la. 11. del mismo. Y tirese la. I B. Y assi porq̃ es ygual la. A Z. a la. Z B. y comun la. Z I. Luego las dos A Z. Z I. son yguales a las dos. B Z. Z I. y el angulo. A Z I. por



la. 4.

la.4.peticiō,es ygual al angulo.B Z I.Luego la bafis.A I. por la.4.del mifmo es ygual a la bafis.I B.Pues fobre el centro. I. y el efpacio.I A.(por la.3.peticiō)defcrito vn circulo paffara por.B.Paffe como.A B E.Y porq̄ dela extremidad del diametro.A E.en angulos rectos fe faco la.A D·Luego(por el corolario dela.16.del 3). la.A D. toca al circulo. A E B.Y desde el tocamiēto.A.fe eftiēde la.A B.Luego el angulo.B AD(por la 32.del mifmo)es ygual al angulo. A T B.q̄ efta en el fegmēto alterno del circulo.Y el angulo.B A D.esygual al angulo . C. Luego el angulo q̄ efta enel fegmento.A TB.es ygualal angulo.C.Luego fobre la linea recta dada.A B.efta defcrito el fegmento de circulo.A T B.que recibe vn angulo ygual al āgulo C.que conuino hazer fe.

Problema.6. Propoficion.34.

De vn circulo dado cortar vn fegmēto q̄ reciba vn āgulo ygual a vn āgulo dado rectilineo.

Sea el circulo dado.A B C.y el angulo rectilineo dado fea D.cōuiene aora del circulo.A B C.cortar vn fegmento q̄ reciba vn angulo ygual al angulo.D.Saque fe (por la.17.del.3.) vna linea q̄ toque al circulo y fea.E Z.y toque le enel puncto B.y haga fe(por la.23.del. 1.) fobre la linea recta.E Z.yenel pūto.B.el angulo.Z BC.ygual al angulo. D. Pues porq̄ al circulo.ABC.le toca vna linea recta.E Z.enel pūcto.B. y defde el tocamiento.B. fe faco.B C. Luego el angulo.Z B C.por la 32.del.3.es ygual al angulo.B A C.que efta enel fegmento alterno,y el angulo.Z B C.es ygual al angulo. D. Luego el angulo q̄ efta enel fegmento.B A C.es ygual al angulo.D.Luego de el circulo dado.A B C.fe corto el fegmento,B A C. que recibe vn angulo ygual al angulo rectilineo dado. Lo qual conuino hazerfe.

Theo

¶ Si enel circulo se cortaré entre si dos lineas rectas:el rectangulo comprehendido debaxo de las partes de la vna,es ygual al rectangulo q̃ se cóprehéde debaxo delas partes dela otra

En el circulo.A B C D.cortense entre si las dos lineas.A C B D.enel puncto.E.Digo que el rectangulo cóprehendido debaxo dela.AE.y de la.E C.es ygual al rectangulocópre-hédido debaxo de la.D E. y de la.E B Pues si la.A C.y la D B. passan por el centro de manera q̃.E.sea centro del circulo. A B C D. Máifiesto es q̃pues A E.E C.D E.E B.son yguales,que el rectangulo comprehendido debaxo de la.A E.y dela.E C.es ygual al rectanguloque se comprehende debaxo dela.D E. y de la.E B.Esten pues la A C.y la.B D.no estendidas por el centro,ytome se el centro del circulo.A B C D.y sea.Z.(por la.1.del.3.)y desde.Z. sobre la.A C.y sobre la.D B.lineas rectas tirense por la.12. del.1.las perpédiculares.Z I.Z T.y tiréſe.ZB.Z C.Z E.Y porq̃ por la.3. del.3. la linea recta.Z I.tirada por el cétro corta ala linea recta.A C.q̃ no passa por el cétro,é angulos rectos,cortar la a tãbien por medio,luego ygual es.A I.a la.I C.Y porq̃ la linea recta.A C.esta cortada en partes yguales enel púcto. I, y en desiguales en.E.luego el rectãgulo cóprehendido debaxo de la.A E.y dela.E C.juntaméte có aq̃l quadrado q̃ se haze de la E I.(por la.5.del.2.es ygual al q̃ se haze dela.I C.Pongase comun el q̃ se haze dela.I Z. Luego el q̃ se cóprehéde dela.A E.

y de la

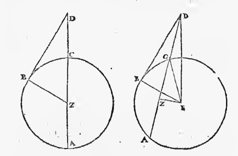
y dela.E C.jũtamente con los quadrados delas dos.E I.I Z.es ygual a los q̃ ſe hazẽ dela.C I.y dela.I Z.Y a los q̃ ſe hazen de la.E I.y dela.I Z.es ygual el q̃ ſe haze d̃la.Z E.(por la.47.del.1. Pero a los q̃ ſe hazẽ dela.C I.y dela. I Z. es ygual el q̃ ſe haze dela.Z C.(por la miſma. Luego el q̃ ſe contiene debaxo de la A E,y dela.E C.iuntamẽte con el q̃ ſe haze dela.Z E. es ygual al q̃ ſe haze dela.Z C.y es ygual la.Z C.a la.Z B.por ſer deſde el centro a la circunferẽcia. Luego el q̃ ſe cõtiene debaxo de la.A E.y dela.E C.juntamẽte con el q̃ ſe haze de la.E Z. es ygual al q̃ ſe haze dela.Z B.Y por eſto el q̃ ſe contiene debaxo dela.D E.y dela.E B.juntamente con el q̃ ſe haze dela.Z E.es ygual al q̃ ſe haze de la.Z B. Luego el que ſe cõtiene debaxo dela.AE.y d̃la.E C.jũtamẽte cõ el q̃ ſe haze dela.Z E.es ygual al q̃ ſe haze de la. Z B. luego el que ſe contiene debaxo de la A E,y de la.E C.juntamente cõ el que ſe haze de la.Z E. es ygual al q̃ ſe cõtiene debaxo dela.E D.y dela.E B.jũtamẽte cõ el q̃ ſe haze dela.Z E.quiteſe por comũ el q̃ ſe haze de la.Z E. Luego el rectangulo q̃ reſta cõprehendido debaxo dela.AE y dela.E C.es ygual al rectãgulo cõprehendido debaxo dela D E.y de la.E B.luego ſi enel circulo ſe cortarẽ. Entreſi dos lineas rectas,el rectangulo cõprehẽdido debaxo de las partes dela vna es ygual al rectangulo q̃ ſe comprehẽde debaxo de las partes dela otra.Lo qual conuino demoſtrar ſe.

Theorema.30. Propoſicion.36.

¶Si fuera del circulo ſe toma algun puncto: y deſde el aſta el circulo cayeren dos lineas rectas,y la vna dellas cortare al circulo,yla otra le toca,el rectangulo que es comprehendido debaxo de toda la que corta,y la q̃ es tomada de fuera entre el puncto yla circunferẽcia curua es ygual al quadrado q̃ ſe haze dela q̃ toca

Fuer

☙ Fuera del circulo.A B C.tome se algun puncto y sea, D. y desde el mismo.D.asta el circulo.A B C.cayan las dos lineas rectas, D C A.D B.y corte al circulo.A B C.la linea recta . D C A.y la.B D.toquele.Digo que el rectangulo comprehendido debaxo dela.A D.y de la.D C.es ygual al quadrado quese haze dela.B D,La linea recta.DCA.o esta tirada por el cētro



o no,Este lo primero tirada por el cētro,y (por la.1.dl.3.)sea Z.el cētro del circulo.ABC.y tirese.ZB.Luego el āgulo.ZBD es recto.Y porque la linea recta.A C.esta diuidida por medio en.Z.y le esta pegada la linea recta.C D.el que es contenido debaxo dela.A D.y dela.D C.juntamente con el que se haze dela.Z C.es ygual al que se haze dela.Z D.(por.la.6.del.2.) y es ygual la.Z C.a la.ZB . por ser del centro a la circunferencia,Luego el que se contiene debaxo de la.A D.Y de la. D C. juntamente con el que se haze dela.Z B.es ygual al que se haze dela.Z D.y es ygual el que se hace de la. Z D. a los que se hazen dela.Z B.y de la.B D(por la.47.del.1.)porq̄ el angulo, Z B D.es recto.Luego el q̄ se cōtiene debaxo de.A D.y de la. D C.juntamēte cō el q̄ se haze dela.Z B.es ygual a los q̄ se hazen dela.Z B.y de la.BD.Quite se por comū el q̄ se haze de la

ZB.

Z B.luego el q̃ resta debaxo dela.A D.y dela.D C.es ygual al q̃ se haze dla.D B.q̃ toca. Pero la linea recta.D C A. No sea tirada por el centro del circulo.A B C,y por la.1. del. 3.sea.E, centro del circulo.A B C,y desde.E.sobre.A C.por la.12.del.1 tirese la perpendicular.E Z.y tirense.E B.E C.E D.E s pues recto el angulo..E Z D.y porque la linea recta.E Z. tirada por el centro(por la.3.del.3)corta en angulos rectos ala linea. A C,no tirada por el centro, corta la tambien por medio, luego.la.A Z.es ygual ala.Z C.Y porque la linea recta. A C.es diuidida por medio enel puncto.Z.y le esta pegada la linea.C D luego el que es contenido debajo dela.A D.y dela.D C.juntamente con el que se haze dela.Z C.es ygual al que se haze de la.Z D.(por la.6.del.2 ,Pongase por comun el que se haze de la.Z E.luego el que es contenido debaxo dela.D A.y dela. D C.juntamente con los que se hazen dela.E Z.y dela.Z C. son yguales alos q̃ se hazen dela.Z Dy dela.Z E.Y alos q̃ se hazē de la.Z D.y dela Z E es ygual el q̃ se haze dela.D E.por la.47.del.1 porque es recto el angulo.E Z D.y alos que se hacen dela. C. Z.y dela Z E.por la misma es ygual el q̃ se haze dela.C E.luego el que se contiene debaxo dela.A D.y dela.D C.juntamente con el que se haze dela.E C.es ygual al que se haze dela.E D.y es ygual la.E C.ala.E B.por ser del centro ala circunferēcia.Luego el que es contenido debajo dela.A D.y dela. D C. juntamente con el que se haze dela.E B.es ygual al que se haze dela.E D.Y al que se haze dela.E D,por la.47.del.1. son yguales los que se hazen dela.E B.y dela.B D.porque el angulo.E B D.es recto.Luego el que es contenido dela.A D.y dela D C.juntamente con el que se haze dela.E B es ygual a los q̃ se hazen dela.E B.y dela.B D.Quitese por comū el que se hace dela.E B.luego el restante que se contiene debaxo dela. A D.y dela.D C.es ygual al que se haze dela,D B,Luego si fuera del circulo se toma algun puncto.Y lo demas que se sigue, lo qual conuino demostrase.

Theorema.31. Proposició.37.

Si fuera

¶ Si fuera del circulo se toma algũ pũcto, y des de aquel punto al circulo cayeren dos lineas rectas, que la vna dellas corte el circulo, y la otra caya, y sea el que se haze de toda la q̃ corta, y de la que fuera es tomada entre el pũcto y la circunferencia curua, ygual al que se haze de la que cae, la que cae tocara al circulo.

Fuera del circulo. A B C. Tomese vn puncto y sea. D. y desde. D. al circulo. A B C. cayan las dos lineas rectas. D C A. D B. y la. D C A. corte al circulo y la. D B. caya. Y el que es cõtenido debaxo dela. A D. y dela. D C. sea ygual al que se haze dela. B D. Digo que. D B. toca al circulo. A B C. Saquese (por la, 17. del. 3. vna linea recta que toque al circulo. A B C. y sea. D E, y sea. Z. el centro del circulo. A B C (por la. 1. del. 3.) y tiense. Z E. Z B. Z D, Luego el angulo. Z E D. es recto. y porque la linea recta, DE. toca al circulo. A B C, y la linea recta D C A. le corta. Luego el que se contiene debaxo de la. A D. y dela. D C. es ygual al que se haze de la. D E. Y suponese que el que se contiene debaxo dela. A D, y dela. D C. es ygual al que se haze de la, D B. Luego el que se haze de la. D E, es ygual al que se haze de la. D B. Luego la. D E. es ygual a la. DB y es tãbien la. Z E. ygual a la. Z B. Por ser desde el centro a la circunferencia. Luego las dos, D E. E Z, son yguales a los dos. D B. B Z. y la basis dellas es comun. Z D. Luego el angulo. D E Z. (por la octaua del primero) es ygual al angulo

al angulo. D B Z. y el angulo. D E Z. es recto. Luego tambien es recto. D B Z. Y la. Z B. estendida es diametro y la que de la extremidad del diametro del circulo se saca en angulos rectos, toca al circulo (por la. 16. del. 3.) luego la linea recta. D B. toca al circulo. A B C. De la misma suerte se demostrara si estuuiere el centro sobre la. A C. Luego si fuera del circulo se tomare algun puncto. Y lo demas que se sigue. Lo qual conuino demostrarse.

(*)



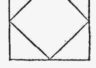
¶ Fin del tercero libro.

LIBRO QVARTO
DELOS ELEMENTOS DE EVCLI des Megarense philosopho griego.

¶Definiciones.

1. ¶Dizese describir se vna figura rectilinea ē otra figura rectilinea quando cada angulo dela figura inscripta toca a cada lado de la figura en la qual se describe.

2. ¶Dela mismamanera vna figura se dize describirse a otra figura quādocada vn lado de la descripta a la redonda toca a cada angulo de aquella en cuyo derredor se describe.



3. ¶Vna figura rectilinea se dize describirse ē vn circulo quādo cada angulo de la figura inscripta toca a la circūferēcia del circulo

4 ¶Vn circulo, se dize ďscribirse al derredor de vna figura rectilinea quando la circunferencia del circulo toca a cada angulo de aquella en cuyo derredor se describe.

El

5. ¶El circulo ſe dize deſcribirſe é vna figura rectilinea quando la circũferẽcia del circulo toca a cada lado de aquella en la qual ſe deſcribe.

6. Dizeſe deſcrebirſe vna figura rectilinea al derredor de vn circulo quando cada lado dela que ſe deſcribe al derredor toca en la circunferencia del circulo.

7. ¶Vna linea recta ſe dize aſſentarſe, quando ſus extremidades caen en la circunferẽcia del circulo.

Problema.1. Propoſicion 1.

¶En vn circulo dado aſſentar vna linea recta ygual a vna linea recta dada, que no es mayor que el diametro del circulo.

Sea el circulo dado. A B C. y la linea recta dada que no es mayor que el diametro ſea. D. Conuiene aora en el circulo. A B C. aſſentar vna linea recta ygual a la linea recta. D. Tirete el diametro del circulo. A B C. y ſea. B C. Si la, B C. es ygual a la. D. ya eſta hecho lo que ſe propone. Porque en el circulo dado. A B C. Eſta aſſentada la linea. B C. ygual a la miſma. D. Pero ſino mayor es la. B C. que no la. D. Pongaſe por la. 3. del. 1.) la. C E. ygual a la. D. y ſobre el centro. C. y el eſpacio. C E (por la tercera peticion.) deſcribaſe el circulo.

E A Z.y tire se la.C A.Pues porque el centro del circulo.E A Z.es el puncto.C.(por la quinze definicion del.1.)es ygual la C A.a la.C E.y a la misma.D.es ygual la.C E.luego (por la.1. comun sentencia)tambien la.D.es ygual a la.A C.luego ẽ vn circulo dado.A B C.esta assentada la.C A. ygual a la linea recta dada.D.lo qual conuenia hazerse.

Problema. 2. Proposicion. 2.

¶En vn circulo dado describir vn triangulo de angulos yguales a los de vn triãgulo dado.

Sea el circulo dado.A B C.y el triangulo dado sea.D E Z. conuiene pues en el circulo dado.A B C.describir vn triangulo de angulos yguales a los del triãgulo.D E Z.Saque se(por la.17.del.3.)vna linea recta que toque al circulo. A B C. y sea I A T.y toque le en. A.(y por la.23.del.1.)hagase sobre la linea recta.A T.y sobre el puncto en ella. A.el angulo.T A C.ygual al angulo.DEZ.y sobre la linea recta.A I. y sobre el pũcto en ella.A.hagase el angulo I A B.ygual al angulo.D Z E,por la misma)y tirese la B C.Pues porque al circulo.A B C.le toca la linea recta.I A T y desde el tocamiento.A.dentro del circulo se saca la linea recta.A C.luego el angulo.TA C(por la.31.del.3)es ygual al angulo que esta enel alterno segmento.A B C.y el angulo.TAC es ygual al angulo.D E Z.luego el angulo.A B C. es ygual al angulo.D E Z.y tambiẽ por esto el angulo.A CB.es ygual al angulo.D Z E.luego tambien el anguloque resta.B A C,es ygual al que resta,E D Z,luego el triangulo,A B C,es de angulos yguales al triangulo, D E Z, y esta descrito el triangulo,

A B C.en el circulo dado, A B C, luego en vn circulo dado se ha descrito vn triangulo de angulos yguales a los de vn triangulo dado.

Problema.3. Proposicion. 3.

¶Al derredor d vn circulo describir vn triãgulo de ãgulos yguales a los devn triãgulo dado

Sea el circulo dado. A B C. y el triangulo dado sea. D E Z conuiene describir al derredor del circulo A B C. vn triangulo equiangulo al triangulo. D E Z. estiendase la. E Z. por vna y otra parte asta los punctos. I. T. y tomese (por la. 1. del. 3.) el centro del circulo. A B C. y sea. K. y tire se como quiera la linea recta. K B. y haga se (por la. 23. del. 1.) sobre la linea recta. K B. y en el puncto en ella. K. el ãgulo. B K A ygual al angulo. D E I. y el angulo. B K C. ygual al angulo. D Z T. y por los pũtos A B C (por la. 17. del. 3.) tirẽse lineas rectas que toquen al circulo. A B C. y sean. L A M. M B N. N C L. y porque las lineas rectas. L M. M N. N L. tocan al circulo. A B C. en los punctos A B C. y desde el centro. K. sobre los punctos. A B C. se tirarõ las lineas rectas. K A. K B. K C. luego los angulos que estã en los punctos. A B C. son rectos, y porq̃ los quatro angulos del quadrilatero. A M B K. son yguales a quatro rectos, porq̃ el quadrilatero. A M B K. se diuide en dos triangulos, delos quales los dos angulos. K A M. K B M. son dos rectos. Luego los angulos que restan. A K B. B M A. son yguales a dos rectos. Y los angulos. D E I. D E Z. por la treze del primero, son yguales a dos rectos, luego los angulos. A K B. A M B. son yguales a los angulos, D E I. D E Z. de los quales el angulo

A K B. es ygual al angulo. D E I. luego el angulo . A M B. que resta es ygual al angulo que resta. D E Z. De la misma manera se demostrara que tambien el angulo L N M. es ygual al angulo . D Z E. luego el angulo que resta. M L N. es ygual al angulo que resta. E D Z. luego el triangulo. L M N. es el equiangulo al triangulo. D E Z. y describese al derredor del circulo A B C. luego al derredor de vn circulo dado esta descrito vn triangulo æquiangulo a vn triangulo dado. Lo qual cōuenia hacerse.

Problema. 4. Propoficiō. 4.

¶ En vn triangulo dado describir vn circulo.

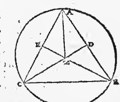
Sea el triāgulo dado. A B C. es menester eñl triāgulo. A B C. describir vn circulo. Cortense (por la. 9. del. 1.) los angulos A B C. A C B. por medio con las lineas rectas. B D. D C. q̄ con curran enel puncto. D. y saqueñse por la. 12. del, 1, desde el pūcto. D. sobre las mismas lineas rectas. A B. B C. C A. las perpēdiculares. D E. D Z. D I. y porque s ygual el angulo. A B D, al angulo. C B D. y el angulo. B E. D, recto es ygual al angulo recto. B Z D. Son ya los dos triāgulos. E B D. Z B D; que tienē los dos angulos yguales a los dos āgulos, y el vn lado ygual al vn lado es a saber. B D. el q̄l es comun a ellos y oppuesto a los angulos yguales. Luego los demas lados (por la. 26. del. 1. tendran yguales a los demas lados. Luego la, D E. es ygual a la. D Z. y por esto tambien la. D I. es ygual a la. D Z. por lo q̄l tambien la. D E. es ygual a la. D I. luego las tres. D E. D Z. D I. son yguales entre si (por la primera comun sentencia) luego descripto vn circulo sobre el centro. D. segun el espacio. D E. o. D Z. o D I. passara por los demas punctos y tocara a las lineas rectas. A B. B C. C A. porque los angulos que estan en los



enlos punctos.E Z I.son rectos. Porque si las corta, caera en el circulo la linea sacada en angulos rectos dela extremidad del diametro del circulo,lo qual ser impossible se vio claro a rriba en la.16.del.3.luego el circulo descrito sobre el centro D.y el espacio.D E.o D Z. o D I. no corta a las lineas rectas A B.B C.C A.Luego tocar las a,por el corelario de la misma, y estara descrito el circulo enel triangulo. A B C.Luego en el triangulo dado. A B C.esta descrito el circulo.E Z I.lo qual cõuenia hazer se.

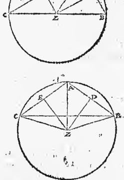
Problema.5. Proposicion. 5.

¶Al derredor de vn triangulo dado describir vn circulo.



Sea el triangulo dado. A B C. conuiene al derredor de el triangulo dado. A B C. describir vn circulo, Corten se las lineas rectas. A B.A C. por medio en los punctos. D E.(por la decima del primero y desde los punctos. D E. saquense(por la.11. del primero) D Z.E Z. en angulos rectos sobre.A B.A C y estas concurren,o dentro del triangulo.A B C.o en la linea recta.B C.o fuera de la linea recta. B C Concurran pues lo primero dentro del mismo triangulo en el puncto.Z.y tiren se(por la primera peticion).Z B.Z C.Z A y porque es ygual la,A D.a la,B D,y comun la. D Z.y en angulos rectos.Luego la basis.A Z(por la quarta del primero) es ygual a la basis.Z B,de la misma manera demostraremos que tambien la.C Z,es ygual a la.A Z, por lo qual la.Z B. es

K 3 ygual



ygual a la.Z C. luego las tres Z A Z B.Z C. son yguales entre si.luego sobre el centro.Z y el espacio.Z A.o.Z B.o.ZC. descrito vn circulo passara por los de mas punctos:y estara descrito el circulo al derredor del triangulo. A B C. describase ya como. A B C. Pero concurran las lineas rectas.D Z.EZ.sobre la linea recta.B C.en el puncto. Z. como esta en la segunda descripcion,y tire se la.A Z. y demostraremos tambien de la misma fuerte que el puncto Z.es el centro del circulo descripto al derredor del triágulo.A B C.Concurran pues las lineas rectas. D Z. E Z. fuera del mismo triangulo.A B C.en el puncto.Z.otravez,como esta en la tercera descripcion.tiren se las lineas rectas. A Z.Z B.Z C. Y porque tambien es ygual la.A D.a la.D B, y comun y en angulos rectos la.D Z.luego la basis. A Z.(por la quarta del primero es ygual a la basis.BZ.Dela misma manera demostraremos tambien que la,C Z.es ygual a la.A Z.luego otra vez sobre el centro.Z,y el espacio. Z A.o.Z B. o.Z C. descrito vn circulo passara por los de mas punctos.,y estara descrito al derredor del triangulo.A B C.describase pues,como.A B C.luego al derredor de vn triangulo dado esta descrito vn circulo,lo qual conuenia hazerse.

Corolario

Y es manifiesto que quando dentro del triangulo cae el centro del circulo, el angulo.B A C. que esta en mayor segmento de circulo,es menor que recto y quando

cae.

cae en la linea recta. B C. el angulo estando en medio circulo es recto. Pero quando cae el centro fuera de la linea recta. B C. el angulo. B A C. estando en menor segmento de circulo, es mayor que recto. Por lo qual tambien quando el angulo dado fuere menor que recto, las lineas rectas. D Z. E Z concurren dentro del mismo triangulo, y quando es recto, sobre la. B C. Pero quãdo mayor que recto concurren fuera de la misma. B C. lo qual conuino hazerse,

Problema. 6. Proposicion. 6.

¶En vn circulo dado describir vn quadrado.

Sea el circulo dado. A B C D. es menester en el circulo. A B C D. describir vn quadrado. Saquen se los diametros del mismo circulo. A B C D. en angulos rectos entre si, y sean. A C. B D. y tiren se A B. B C. C D D A. Y porque es ygual la. B E. a la. D E. (por la decima quinta de finicion del primero). Porque. E. es el centro, y comun y en angulos rectos la. E A. Luego la basis. A B. (por la quarta del primero) es ygual a la basis. A D. y por esto tambien cada vna de las dos. B C. C D. es ygual a cada vna de las dos. A B. A D. Luego es equilatero el quadrilatero. A B C D. Digo que tambien rectangulo. Porque la linea recta. B D. es diametro del circulo. A B C D. Luego el angulo es de medio circulo. Luego el angulo. B A D. es recto (por la 31. del tercero) y por esto tambien cada vno de los angulos contenidos debaxo de. A B C. B C D. C D A. es recto. Luego

es rectangulo el quadrilatero. A B C D. y esta de mostrado q̃ tambien equilatero, luego es quadrado (por la. 30. definicion del. 1.) y descripto enel circul o. A B C D. lo qual conuino hazerse.

Problema. 7. Proposicion. 7.

¶ Al derredor de vncirculo dado describir vn quadrado.

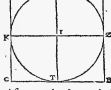
Sea el circulo dado. A B C D. es menester al derredor del circulo. A B C D. describir vn quadrado. Saquese dos diametros del circulo. A B C D en angulos rectos entre si, y sean. A C B D. y por los punctos. A. B. C. D por la 17. del. 3. tirense lineas rectas que toquen al circulo. A B. C D. y sea. Z K. K T. T I. I Z. pues porque la linea recta. Z I. toca al mismo circulo. A B C D. enel puncto. A. y desde el centro. E. hasta el puncto. A. del tocamiẽto sale la linea recta. E A. luego los angulos que estã jũto ala. A. son rectos, por la. 18. del. 3. y por esto tambien los angulos que estan cerca de los punctos. B. C. D, son rectos. y porque el angulo. A E B. es recto, y tambiẽ el angulo. E B I. es recto. Luego. I T. es palela ala. A C. por la. 28. del. 1. y por esto tambien la. A C. es parallela ala. Z K. dela misma manera tambien demostraremos que cada vna delas dos, I Z. T K. es parallela ala, B E D, luego son paralelogramos, I D, I C. A K, B K. luego ygual es la. I Z. ala, T K. y la. I T. ala. Z K. por la. 34. del. 1. y porques ygual la. A C, ala, B D. y la A C. es ygual a cada vna d̃las dos, I T. Z K. y la. B D. es ygual a cada vna de las dos. I Z. T K. luego cada vna de las dos. I T Z K. es ygual a cada vna delas dos. I Z. T K. luego el quadrila

tero.Z I.T K.es equilatero. Digo que tambien rectangulo .Porque.I B E A.es parallelogramo,y el angulo. A E B. es recto,luego tambien es recto el angulo.A I B.por la. 3 4.del.1. dela misma manera tambien demostraremos que los angulos.T.K.Z. son rectos,luego es rectangulo el quadrilatero.Z I T K.y esta demostrado que tambien equilatero,luego es quadrado:y al derredor del circulo. A B C D.esta descripto. Luego al derredor de vn circulo dado esta descripto vn quadrado,lo qual conuenia hazerse.

Problema.8. Proposicion.8,

En vn quadrado dado describir vn circulo.

Sea el quadrado. A B C D.conuiene.enel quadrado. A B C D.describir vn circulo,cortese,por la.10.del.1. cada vna de las dos.A B. A D.por medio enlos punctos.E.Z.y por el puncto,E.tiresse.E T.parallela a cada vna delas dos. A B. D C. porla.3 1.del.1,y por elpuncto.Z.tiresse.Z.K,paralela a cada vna delas dos. A D.B C.porla.31.del,1.luego es paralelogramo cada vno destos, A K,K-B.A T.T D.A I.I D.B I,I C,Y los lados suyos conuiene asaber los opuestos son yguales por la.34.del primero y porque A D. es ygual a la. A B,y la. A E,es la mitad de la A D,y la, A Z.es la mitad de la,A B,luego ygual es la A E a la, A Z,por lo qual tambien las oppuestas(por la misma)son yguales. Luego la,Z I. es ygual ala.E I,Semejantemente tambien demostraremos que cada vna delas dos,I T.I K,es ygual a cada vna dlas dos Z I,I E,luego las quatro,I E,I Z,I T,I K,son yguales entre si, por la,1,comun sentencia) luego descripto vn circulo sobre el centro,I,segun el espacio,I E,o,I Z,o,I T,o,I, K, passara tam



tambien por los demas punctos y tocara a las lineas rectas. A B.B C.C D.D A.porque los angulos q̃ estan en los pũctos. E.Z.T.K.son rectos. Porque si el circulo corta a las lineas.AB B C.CD D A.la linea q̃ se tira ẽ angulos rectos desde la extremidad del diametro caeria dentro del mismo circulo, lo qual (por la.16.del.3.)es impossible. Luego sobre el cẽtro.L.y el espacio. l E.o.l Z.o l T.o l K. descrito vn circulo no corta a las lineas rectas. A B.B C.C D.C D A.luego toca las, y esta eñl quadrado. A B C D.luego en vn quadrado dado y lo que de mas se sigue. Lo qual conuenia hazerse.

Problema. 9. Proposiciõ. 9.

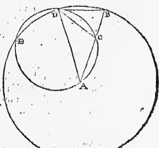
¶ Al derredor de vn quadrado dado describir vn circulo.

Sea el quadrado dado. A B C D.conuiene al derredor del quadrado. A B C D.describir vn circulo. Tiradas las lineas rectas. A C.B D.corten se entre si en.E.y porque es ygual la.D A a la. A B.y comun la. A C.luego las dos.D A. A C. son yguales a las dos.B A. A C.la vna a la otra, y la basis. D C.es ygual a la basis.B C.Luego el angulo . D A C(por la.8.del.1.)es ygual al angulo.B A C. luego el angulo DAB.esta diuidido por medio con la linea. A C. De la misma manera tambien demostraremos que cada vno de los angulos. A B C.B C D.C D A.estadi uidido por medio con las lineas rectas. A C.D B. y porque el angulo.D A B.es ygual al angulo. A B C.y el angulo.E A B.es mitad del angulo.D A B.y el angulo. A BE.es mitad del angulo. A B C. luego el angulo. E A B.es ygual al angulo. E B A.por lo qual(por la.6.del.1.el lado.E A.es ygual al lado.B E.De la misma manera demostraremos q̃ cada vna de las dos lineas rectas

rectas, E A. E B. es ygual a cada vna de las dos. E C. E D. Luego las quatro. E A. E B. E C, E D. son yguales entre si. Luego sobre el centro. E. y el espacio, E A. o. E B. o. E C, o. E D. descrito vn circulo passara por los de mas punctos y sera descrito al derredor del quadrado. A B C D. Describase como, A B C D. Luego al derredor de vn quadrado dado esta descrito vn circulo. Lo qual conuino hazerse.

Problema. 10. Proposicion. 10.

¶ Hazer vn triangulo ysosceles que tenga cada vno de los angulos de sobre la basis doblado del que resta.



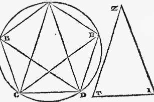
Tirese vna linea recta. A B. y diuidase (por la vndecima del. 2.) en el puncto. C. de manera que el rectágulo cõprehẽdido debaxo de la. A B. y de la. B C. sea ygual al quadrado que se haze de la. C A, y sobre el centro, A. y el espacio, A B. (por la tercera peticion) describase el circulo. B D E. y assientese ẽ el circulo B D E. la linea recta. B D. ygual a la recta linea. A C. la qual no es mayor que el diametro del circulo, B D E. (por la primera del quarto) y tiren se. A D. D C, y (por la quinta del. 4.) describase el circulo. A C D E. al derredor del triangulo. A C D. Y porque el rectangulo que se contiene debaxo de la, A B. y de la. B C. es ygual al quadrado que se haze de la. A C. Porque

que assi se admitio esto, y la. A C es ygual a la. B D. luego el ꝙ se contiene debaxo de la. A B. y de la. B C. es ygual al quadrado que se haze de la. B D. Y porque fuera del circulo. A C D E se toma vn puncto. B. y desde el mismo puncto. B. sobre el circulo. A C D E. cayeron las dos lineas rectas. B C A. B D. y la vna dellas le corta y la otra cae, y el contenido debaxo de la A B. y de la. B C. es ygual al quadrado de la. B D. luego (por la 37. del. 3. la, B D. toca al circulo. A C D E, Pues porque. B D. le toca en el puncto. D. y desde el puncto. D. del tocamiento se tiro la. D C. luego el angulo. B D C. (por la. 32. del mismo) es ygual al que esta en el segmento alterno del circulo, ques al angulo. D A C. Pues porque es ygual el angulo. B D C. al angulo. D A C. pongase comun el angulo. C D A. luego todo el angulo. B D A. es ygual a los dos ãgulos. C D A. D A C. y a los dos, C D A. D, A C, es ygual el angulo exterior. B C D (por la 32. del. 1.) luego el angulo. B D A. es ygual al angulo. B C D. y el angulo. B D A (por la quinta del primero) es ygual al angulo. C B D. porque el lado. A D (por la quinze definicion del primero) es ygual al lado. A B. Por lo qual tambien el angulo D B A (por la primera comun sentencia) es ygual al angulo. B C D. luego son yguales entre si los tres angulos. B D A. D B A. B C D. Y porque es ygual el angulo. D B C. al angulo. B C D sera tambien ygual el lado. D B. al lado. D C. y B D (por la suposicion) es ygual a la. C A. luego tambien la, C A. es ygual a la. C D. por lo qual tambien el angulo. C D A (por la quinta del primero) es ygual al angulo D A C. Luego los angulos. C D A. D A C. son el doblo del angulo, C A D. pero el angulo. B C D. es ygual a los angulos. C D A. D A C. luego tambiẽ el angulo. B C D. es el doblo del angulo. C A D. y es ygual el angulo. B C D. a cada vno delos dos angulos. B D A. D B A. Luego tambien cada vno de los angulos. B D A, D B A. es el doblo del angulo. D A B. luego esta hecho el triangulo ysosceles. A B D. que tiene cada vno de los angulos de sobre la basis. D B doblado del que resta. Lo qual conuino hazerse.

Proble

¶En vn circulo dado defcribir vn pentango no æquilatero y æquiangulo.

Sea el circulo dado, A B C D E. es menefter en el circulo. A B C D E. defcribir vn pentagono æquilatero y equiangulo, tomefe (por la.10.defte) vn triangulo yfofceles, y fea. Z I T. que tenga el angulo qualquiera de fobre la bafis doblado al q̃ refta, ques. Z. y defcribafe por la.2.del,4, en el circulo. A B C D. el triãgulo, A C D. ygual en angulos al triangulo, ZIT, de tal manera q̃ al angulo. Z. fe le haga ygual el angulo. C A D. y cada vno de los dos angulos. A C D, C D A, fe haga ygual a cada vno de los dos angulos. T y af si cada vno de los dos, A C D, C D A, es el doblo del angulo, C A D, Cortefle, por la nouena del primero cada vno de los dos angulos. A C D. C D A. por medio cõ las lineas rectas. C E, D B. y tirenfe, A B, B C. C D, D E, E A, pues porq̃ cada vno delos ãgulos, A C D, C D A, es el doblo del angulo, CAD, y eftã diuididos por medio cõ las lineas rectas, C E, D B, luego los cinco ãgulos q̃ fon, DAC, A CE, E C D, C D B, B D A, fon yguales entre fi, y los angulos yguales eftã fobre yguales circunferẽcias, por la, 26, del, 3, luego fon yguales entre fi las cinco circunferencias, A B, B C, C D D E, E A, y a yguales circũferentias, por la, 29, del mifmo fe eftienden yguales lineas rectas. Luego las cinco lineas rectas. A B. B C. C D. D E. E A. fõ yguales entre fi. Luego equilatero es el pẽtagono. A B C D E. Digo ya que tambien equiangulo, porque la circunferencia. A B. es ygual a la circunferencia. D E. Pongafe comun. B C D.



Luego toda la circunferencia.A B C D.es ygual a toda la circunferencia:E D C B.y esta sobre la circunferencia.A B C D, el angulo.A E D.Y sobre la circunferécia.E D C B. esta el angulo.B A E.luego tãbien el angulo.B A E. es ygual al angulo A E D.y por esso cada vno delos angulos.A B C.B C D.CDE es ygual a cada vno delos angulos.B A E.A E D.luego el pentagono.A B C D E.es equiangulo,y esta demostrado q̃ tãbiẽ equilatero,luego ẽ vn circulo dado esta descrito vn pentagono equilatero y equiangulo lo qual conuenia hazer se.

Problema.12. Proposicion.12.

¶Al derredor de vn circulo dado describirvn pentagono equilatero y æquiangulo.

Sea el circulo dado.A B CD E.es menester al derredor dl circulo.A B C D E.describir vn pentagono equilatero y equi angulo.E ntiendanse los punctos.A.B.C.D.E. de los angulos del pentagono descripto(por la.11.del.4.) de tal manera que (por la precedẽtẽ)sean yguales las circunferencias.AB.B C.CD D E.E A.Y por los punctos.AB C D E.sean tiradas(por la.17.dl .3)las lineas rectas.I T.T K.K L L M. IM . que toquen al mismo circulo. y tome se el centro del mismo circulo. A B C D E. y sea Z.(por la.1.del.3.)y tirense las lineas rectas.ZB.ZK.ZC.ZL.ZD

y porque la linea recta.K L toca enel puncto.C. al circulo. A B C D E.y desde el centro. Z . sobre el mismo tocamiento se tiro la.Z C.luego(por la.18.del.3.la.Z C.sobre la.K L.es perpẽdicular,luego es recto cada vno delos angulos q̃ estan en.C.Y

por

por esto los angulos que estan en los pũctos.B. D. son rectos Y porque el angulo.Z C K.es recto.luego el quadrado de la. Z K.es ygual a los que se hazen dela.Z C.y dela.C K (por la. 47.del.1.)y por esto a los que se hazen de la.Z B.y de la. B K. es ygual el que se haze dela.Z K. (por la misma.) luego los que se hazen de la.Z C.y dela.C K.son yguales a los que seha zen dela.Z B.y dela.B K.de los quales el q̃ se haze dela.ZC es ygual al q̃ se haze dela.Z B.luego el q̃ resta que se haze de la C K.es ygual al q̃ resta que se haze de la.B K. luego ygual es la.C K.a la.K B. Y porques ygual la.Z B.a la.Z C.y comũ la. Z K.luego las dos.B Z.Z K.son yguales a las dos. C Z.Z K.y la basis.B K.es ygual a la basis.C K.luego el angulo.B Z K.(por la.8.del.1.)es ygual al angulo.K Z C.y el angulo.B K Z.al angulo.Z K C.luego el angulo.B Z C.es doblado al angulo.K Z C.y el angulo.B K C.al angulo.Z K C.y por esso tãbien el angulo.C Z D.es doblado al angulo.C Z L.y el angulo.D L C.al angulo.Z L C. Y porq̃ la circunferencia.B C.es ygual a la circunferẽcia.C D.el angulo.B Z C(por la.27.del.3.)es ygual al angulo.C Z D.y el angulo.B Z C.es doblado al angulo.K Z C y el angulo.D Z C.al angulo.L Z C.luego el angulo.K Z C. es ygual al angulo.L Z C.luego ya son los dos triangulos.Z KC Z L C.que tienen los dos angulos yguales a los dos angulos, y el vn lado ygual al vn lado(por la.26.del.1.)y comũ deellos que es.ZC.esto es,que es a ellos comũ.luego los demas lados tendran yguales a los demas lados, y el angulo que resta al angulo que resta.Luego ygual es la linea recta.K C.a la.C L. y el angulo.Z K C.al angulo.Z L C.y porqu : es ygual la.K C. a la.C L.luego es doblada la.K L.a la.K C.y por esto tambiẽ se demostrara que.T K.es doblada a la.B K. y porque esta demostrado q̃.B K.es ygual a la.K C.y la.KL.es doblada ala.KC y la.T K.ala.B K.luego la.T K.es ygual a la.K L.De la misma manera tambien se demostrara que cada vna delas lineas.I T I M.ML.es ygual a cada vna delas lineas.T K. K L. luego es equilatero el pentagono.I T K L M.Digo q̃ tãbien equiãgulo Porque el angulo.Z K C.es ygual al angulo. Z LK.y esta de-
mostra

demoſtrado que el angulo.T K L.es doblado al angulo.Z K C y el angulo.K L M.es doblado al angulo.Z L C.luego el angulo.T K L.es ygual al angulo.K L M.Semejāte mente ſe demoſtrara tambien que cada vno de los angulos.K T I.T I M.I M L.es ygual a cada vno de los angulos.T K L.K L M.luego los cinco angulos que ſon.I T K.T K L.K L M.L M I.M I T. ſon yguales entre ſi.luego es equiangulo el pentagono.I T K L M y eſta demoſtrado que tambien equilatero,y eſta deſcrito al derredor del circulo. A B C D E.lo qual conuino hazer ſe.

Problema.13. Propoſicion.13.

¶En vn pentagono dado equilatero y equiangulo deſcribir vn circulo.

Sea el pentagono dado equilatero y equiangulo.A B C D E.es meneſter enel pentagono.A B C D E.deſcribir vn circulo.Corte ſe(por la.9.del.1.)por medio cada vno de los angulos. B C D.C D E.con las lineas rectas.C Z.Z D.y deſde el pū cto.Z. en el qual concurren entre ſi las lineas rectas.C Z.D Z Tiren ſe las lineas rectas.Z B.Z A.Z E. Y porque es ygual la B C.a la.C D.y comun la.C Z.luego las dos.B C.C Z.ſon yguales a las dos.D C.C Z. y el angulo.B C Z.es ygual al angulo.D C Z.luego la baſis.B Z(por la.4.del.1.) es ygual a la baſis.D Z. y el triangulo B C Z.al triangulo.D C Z.y los demas angulos ſon yguales a los demas angulos debaxo de los quales ſe eſtienden yguales lados.luego ygual es el angulo.C B Z.al angulo.C D Z.Y porque el angulo.C D E.es el doblo del angulo C D Z.y el angulo. C D E.es ygual al angulo.A B C.y el āgulo C D Z

C D Z.al angulo,C B Z,luego el angulo.CB A.es doblado al angulo.C B Z.luego el angulo,A B Z.es ygual al angulo.Z B C.Luego el angulo.A B C.esta diuidido por medio con la linea recta.B Z.de la misma manera tambien se demostrara q̃ tambien cada vno de los angulos.B A E.A E D.esta diuidido por medio conlas dos lineas rectas.AZ.Z E.Saquense,por la .12.del.1.)desde el pũcto.Z. sobre las lineas.A B.B C.CD.D E E A, las perpẽdiculares, Z K.Z T.Z I.Z L. Z M. y por que es ygual el ãgulo.T C Z.al angulo.I C Z.y el angulo recto Z T C ygual al angulo recto.Z I C.son ya los dos triangulos.Z T C. Z I C.q̃ tienẽ los dos angulos ygnales a los dos ãgulos el vno al otro y el vn lado ygual al vn lado,porq̃, C Z.es comuñ de llos estẽdido debajo de vno delos yguales angulos.luego ten drã los demas lados yguales a los demas lados(por la.26.el.1 luego es ygual la perpendicular.Z T.ala perpendicular,Z I.d̃ la misma manera tãbiẽ se demostrara q̃cada vna delas lineas ZL.ZM.ZK.es ygual a cada qual delas dos.Z T.Z I,luego las cinco lineas rectas.Z I.Z T.Z K.Z L.Z M.son yguales entresi luego sobre el centro.Z.y el espacio.Z I.o,Z L.o,Z M.o Z K. o.Z T,descripto vn circulo por la.3.peticion vendra por los demas punctos,y tocara alas lineas rectas. AB.B C.C D.D E E A.(por el corolario dela.16.del.3.)porque los angulos que estan junto alos punctos.K.T.I.L,M,son rectos,porque sino las tocare,sino que las corta acontecera que la linea tirada dela extremidad del diametro en angulos rectos caera dentro del circulo,lo qual ser imposible esta demostrado (por la.16.del.3)luego sobre el centro.Z.y el espacio vno de los pũctos.K.T.I.L.M.descripto vn circulo,en ningũa manera cor tara alas lineas rectas,AB.B C.C D.D E.E A. luego tocara las(por el corolario dela.(16.del.3.)describase como. K T I L M.luego enel pentagono dado equilatero y equiangulo es ta descrito vn circulo.Lo qual conuenia hazerse.

Problema.14. Proposicion.14

L Al der

¶Al derredor de vn pentagono dado æquilatero y equiangulo describir vn circulo.

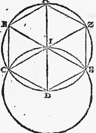
¶Sea el pentagono dado equilatero y equiangulo. A B C D E conuiene al derredor del pentagono. A B C D E. describir vn circulo. Corte se (por la. 9. del, 1.) por medio cada vno de los angulos. B C D. C D E. con las dos lineas. C Z. D Z. y desde el puncto. Z. en que concurren las mismas lineas rectas asta los punctos. B. A. E. tiren se las lineas rectas. Z B. Z A. Z E. Semejãtemente a la precedente se de mostrara que cada vno de los angulos. C B A. B A E. A E D. es diuidido por medio, con cada vna de las lineas rectas. Z B Z A. Z E. Y porque es ygual el angulo. B C D. al angulo C D E (por la suppoficion) y el angulo. Z C D. es la mitad del angulo. B C D. y el angulo. C D Z. es mitad del angulo. C D E. Luego (por la. 7. comun sentẽcia) el angulo. Z C D. es ygual al angulo. Z D C. Por lo qual tãbiẽ el lado. Z C. es ygual al lado. Z D. (por la. 6, del. 1.) De semejãte manera se demostrara que tambien cada vna de las lineas Z B. Z A. Z E. es ygual a cada vna de las lineas. Z C. Z D. luego las cinco lineas rectas. Z A. Z B. Z C. Z D. Z E. son yguales entre si. Luego sobre el centro. Z. y el espacio. Z A. o. Z B. o. Z C. o. Z D, o, Z E, descrito vn circulo (por la. 3, peticion) passara por los de mas punctos, Y estara descrito al derredor del pẽtagono, A B C D E, que es equilatero y equiangulo. Describase y sea, A B C D E. luego al derredor del pentagono dado q̃ es quilatero y equiangulo esta descrito vn circulo, Lo qual conuenia hazerse,

Problema. 15. Proposicion. 15.

En vn

¶En vn circulo dado describir vn hexagono æquilatero y equiangulo.

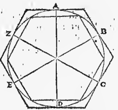
❧Sea el circulo dado. A B C D E Z, conuiene enel circulo dado, A B C D E Z, describir vn hexagono equilatero y equi angulo. Saque se el diametro del circulo mismo. A B C D E Z y sea, A D, y tomese (por la primera del tercero) el cẽtro del circulo y sea. I, y sobre el centro, D, y el espacio, D I, por la, 3, petició describase el circulo, C I E T, y tiradas las lineas rectas, E I, I C, Estiendanse asta los punctos, B, Z, y tirense, A B. B C, C D, D E, E Z, Z A, Digo que, A B. C D E Z, es hexagono equilatero y equiangulo, Porque el puncto, I, es centro del circulo, A B C D E Z, es ygual (por la quinze definició del primero) la, I E, a la, I D, Yten porq̃ el puncto, D, es centro del circulo, C I E T, es ygual (por la misma) la D E, a la, D I, y la, I E, esta demostrado que es ygual a la, I D, luego la, I E, es ygual a la, E D (por la primera comun sentencia) luego es equilatero el triangulo, E I D, Luego los tres angulos suyos, esto es. E I D. I D E. D E I son yguales entre si. Porque por la quinta del primero) los angulos de sobre la basis delos triangulos y sosceles, son yguales entre si, y los tres angulos del triangulo (por la, 32. del primero) son yguales a dos rectos, lüego el angulo, E I D. es el tercio dedos rectos. Semejantemẽte tãbiẽ demostraremos que el angulo, D I C. es el tercio de dos rectos, y porq̃ la linea recta, C I, estãdo sobre la. E B (por la, 13, del, 1, de ambas partes haze los ãgulos, E I C, C I B, yguales a dos rectos luego tã biẽ el angulo que resta, C I B, es el tercio de dos rectos, luego los angulos. E I D. D I C. C I B. son yguales entre si, porlo qual



los angulos opueſtos q̃ ſon.BIA.AI Z.Z IE.ſon yguales a los miſmos,E I D.D I C.C I B. por la.15.del.1.luego los ſeys angulos.E I D.D I C.C I B.B I A,A I Z.Z I E.ſon yguales entre ſi,y los angulos yguales eſtan ſobre yguales circunferencias,por la.26.del.3.luego las ſeys circunferẽcias.A B.B C.C D.D E.E Z.Z A.ſon yguales entre ſi.y debaxo de yguales circunferencias ſe eſtienden yguales lineas rectas(por la.29.del miſmo). Luego las ſeys lineas rectas.A B.B C.C D.D E.E Z.Z A.ſon yguales entre ſi,luego es equilatero el hexagono.A BCD E Z. Digo tambien que equiangulo. Porque la circunferẽcia.A Z es ygual ala circunferencia.E D,junteſe por comun la circunferencia.AB C D. luego toda la. Z A B C D. es ygual a toda la.E D C B A.y ſobre la circunferencia.Z A B C D. eſta el angulo.Z E D.y ſobre la circunferencia.E D C B A.eſta el angulo.A Z E.luego el angulo.A Z E.es ygual al angulo. D E Z. Dela miſma manera tambien ſe demoſtrara que tambienlos demas angulos del hexagono.A B C.D E Z,eſto es,cada vno delos angulos.Z A B.A B C.B C D.C D E.ſon yguales a cada vno delos angulos.A Z E.Z E D,luego equiangulo es el hexagono.A B C D E Z. y eſta demoſtrado que tambien equilatero,y eſta deſcripto enel circulo,A B C D EZ,luego enel circulo dado,A BC D EZ,eſta deſcripto vn hexagono equilatero y equiangulo,lo qual conuenia hazerſe,

Corolario.

¶De aqui es manifieſto que el lado del hexagono es ygual al ſemidiametro dl circulo.y ſi por los punctos. A.B.C.D.E. Z.tiramos lineas que toquen al circulo,ſe deſcri



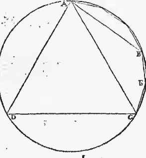
bira

bira al derredor del circulo vn hexagono æquilatero y equiangulo, lo qual se seguira de lo dicho enel pentagono. Y demas desto por lo que semejantemente esta dicho en el penthagono inscribiremos vn circulo en el hexagono dado, y le describiremos al derredor, lo qual conuenia hazer se.

Problema.16. Proposicion.16.

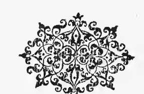
¶En vn circulo dado descrbir vna figura de quinze angulos equilatera y equiangula,

¶Sea el circulo dado. A B C D. conuiene en el circulo. A B C D. describir vna figura de. 15. angulos equilatera y equiangula. describase en el circulo. A B C D. el lado. A C. de vn triangulo equilatero, y del pẽtagono equilatero el lado. A B. en el arco. A C. luego de los segmentos que el circulo. A B C D. fuere quinze yguales, de los tales la circunferencia. A B C. que es el tercio del mismo circulo sera cinco, y la circũferencia. A B. que es la quinta parte del circulo sera d tres. Luego la restante. B C. sera de dos yguales. Cortese la B C. (por la treynta del tercero) por medio en E. luego cadavna delas dos circũferẽcias. B E. E C, sera la quincena pte del mismo circulo. A B C D. Luego si assentare



mos ẽ el circulo. A B C D. las lineas rectas. B E, C E. o yguales a ellas (por la primera del quarto) estara en el descrita vna figura de quince angulos equilatera y equiangula. Lo qual cõuenia hazerse. Dela mismasuerte como en el pentagono, si por la diuision del circulo tiraremos lineas que toquẽ al circulo, se describira al derredor del circulo vna figura de quinze angulos equilateray equiangula. Y por la demostracion como enlos pentagonos describiremos dentro y al derredor de vna figura de quinze angulos equilatera y equiangula vn circulo.

(*)



¶ Fin del quarto libro.

LIBRO QVINTO DELOS ELEMENTOS DE EVCLIDES Megarense philosopho griego.

¶Definiciones.

1. ¶Parte es quantidad de quantidad, menor dela mayor, quãdo la menor mide a la mayor.
2. Multiplice es mayor de la menor, quãdo la mide la menor.
3. Razon es vn cierto respecto que tienẽ dos quantidades de vn mismo genero entre si en alguna manera.
4. Proporcion es la semejãça de las razones.
5. Dizẽ se tener razõ entre si dos quãtidades q̃ se puedẽ multiplicadas exceder entre si.
6. En vna misma razõ se dizẽ estar las quãtidades, la primera con la segunda y la tercera con la quarta, quando los ygualmẽte multiplices de la primera y de la tercera a los ygualmente multiplices de la segunda y de la quarta, segun qualquier multiplicacion, o juntamente los exceden, o juntamẽte son yguales, o juntamente son menores tomados entre si el vno al otro.

7. Llamése proportionales las cãtidades que tiené vna misma razon.

8. Quando el ygualmente multiplice de la primera excediere al multiplice de la segũ da,y el multiplice de la tercera no excedie re al multiplice de la quarta, entonces la primera se dira tener mayor razon cõ la se gunda, que no la tercera con la quarta.

9. La proporcion por lo menos es ẽ tres terminos.

10. Quando tres quantidades fueren propor cionales la primera con la tercera se dira tener doblada proporcion que con la segunda. Pero quando quatro quantidades fueren proporcionales la primera con la quarta se dira tener tres dobladapropor cion que con la segunda, y siempre de ay a delante vna mas mientras la proporcion fuere.

11. Las quantidades se dizen de semejante ra zon, las antecedentes a las antecedentes, y las, consequentes a las consequentes.

12. Permutadarazon es el tomar del antecedẽ te con el antecedente: y del consequente con el consequente. Con

13, Conuerſa razon es, el tomar del conſequẽte con el antecedente, como del antecedẽte al conſequente.

14. Compoſicion de razon es, el tomar del antecedente con el conſequente, como de vno al miſmo conſequente.

15. Diuiſion de razon es, el tomar del exceſſo en que excede el antecedente al conſequẽte, a el miſmo conſequente.

16. Conuerſion de razon es, el tomar del antecedente al exceſſo en que excede el antecedente al miſmo conſequente.

17. Ygual razon es, ſiendo muchas cãtidades y otras yguales a ellas en numero tomadas juntamente y en vna miſma razõ, quando fuere como en las primeras cantidades la primera a la vltima, aſſi en las ſegundas cãtidades la primera a la vltima, O ẽ otra manera, el tomar de las extremas por quitamiento de las de en medio.

18. Ordenada proporcion es, quando fuere el antecedente al conſequente, y el conſequente a otra coſa, como el conſequente a otra coſa.

Deſor-

19. Desordenada proporcion es quando fuere el antecedente al consequente, como el antecedente al consequente, y el consequente a otra cosa, como otra cosa al antecedente.

20. Estendida proporciõ es quãdo fuere como el antecedente al consequente, assi el antecedente al consequente: y fuere tambien como el consequente a otra cosa, assi el consequente a otra cosa.

21. Perturbada proporcion es quando siẽdo tres cantidades: y otras yguales a ellas en numero y fuere q̃ como en las primeras cãtidades el antecedente al consequente, assi en las segundas cantidades el antecedente al consequente: y como en las primeras cantidades el consequente a otra cosa, assi en las segundas otra cosa al antecedente.

Theorema. 1. Proposicion. 1.

¶ Si fueren algunas quantidades, de otras algunas quantidades yguales en numero cada quales de cada quales ygualmente multiplices

ces, quan multiplice de la vna es la vna quãtidad tan multiplices de todas ſeran todas.

Sean algunas quantidades. A B. C D. de otras algũas quãtidades yguales en numero. E. Z. ygualmente multiplices cada quales de cada quales. Digo que quan multiplice es la. A B. de la. E. tan multiplices ſeran la. A B. y la. C D. de las dos. E. Z. Porque es ygualmente multiplice la A B. de la. E. y la. C D. de la. Z. luego quantas quantidades ay en la. A B. yguales a la E. tantas ay en la. C D. yguales a la. Z. Diuidaſe pues la. A B. en quantidades yguales a la. E, eſto es, A I. I B. y tambien la. C D. en quantidades yguales a la. Z. eſto es C T. T D. luego el numero de las. C T. T D. ſera ygual al numero de las. A I. I B. Y porque es ygual la. A I. a la. E. y la. C T. a la Z. luego la. A I. y la. C T. ſon yguales a las dos. E. Z. y por eſto porque tambien es ygual la. I B. a la. E. y la. T D. a la. Z. tambiẽ la. I B. y la. T D. lo ſeran a las dos. E. Z. luego quantas ay en la A B. yguales a la. E. tantas tambien en la. A B. y en la. C D. ay yguales a las dos. E. Z. luego quan multiplice es la. A B. de la. E. tan multiplices ſon. A B. C D. de las dos. E. Z. luego ſi fueren algunas quantidades de otras algunas quantidades yguales ẽ numero cada quales de cada quales ygualmente multiplices quan multiplice es la vna quantidad de la vna, tan multiplices ſeran todas de todas, lo qual conuino demoſtrarſe.

Theorema. 2. Propoſicion. 2.

¶ Si la primera fuere ygualmente multiplice de la ſegunda, que la tercera de la quarta, y la

quinta de la ſegunda ygualmente multiplice que la ſexta de la quarta, tambien compueſta la primera y la quinta, ſera de la ſegunda ygualmẽte multiplice, que la tercera y la ſexta de la quarta.

Sea la primera A B. ygualmente multiplice dela ſegunda C. que la tercera. D E. dela quarta. Z. Y ſea tambien la quinta B I. ygualmente multiplice dela ſegunda. C. como la ſexta. E T. dela quarta. Z. digo que la. A I. compueſta dela primera y dela quinta, ſera dela ſegunda. C. ygualmente multiplice que la tercia y ſexta. DT. dela miſma. Z. quarta. Porque la. AB. es ygualmente multiplice dela. C. que la. D E. dela. Z luego quantas cantidades hay enla. A B. yguales ala. C. tantas cantidades ay tambien enla. D E. yguales ala Z. y por eſto tambien quantas ay en la. BI. yguales ala. C. tantas tambiẽ ay enla. ET. yguales ala. Z. luego quãtas ay en toda la. AI. yguales ala. C. tãtas ay en toda la, D T. yguales ala. Z. luego quan multiplice es la. A I. de la. C. tan multiplice es la. D T. dela. Z. luego tambien compueſta. A I. dela primera y dela quinta ſera dela ſegunda. C. ygualmente multiplice que la. D T. tercera y ſexta dela. Z. quarta, Luego ſi la primera dela ſegũda fuere ygualmẽte multiplice que la tercera dela quarta, y la quinta dela ſegunda ygualmente multiplice que la ſexta dela quarta, tambien compueſta la primera y la quinta ſera de la ſegũda ygualmente multiplice que la tercera y la ſexta dela quarta, lo qual conuino demoſtrarſe,

Theorema. 3. Propoſicion. 3.

Si el

¶Si el primero del ſegundo fuere ygualmente multiplice que el tercero del quarto: y ſe tomaren del primero y del tercero ygualmente multiplices: tambiẽ por ygual el vno y el otro de los que fueren tomados ſera ygualmente multiplice del vno y del otro, el vno del ſegũdo y el otro del quarto.

❧Sea. A. el primero de. B. ſegũdo ygualmẽte multiplice que el tercero. C. de el quarto. D, y tomenſe delos miſmos. A C. los ygualmente multiplices. E Z. I T. Digo que de. B. es. E Z. ygualmente multiplice que. I T. de. D. porque. E Z. de. A. es ygualmente multiplice que. I T. de. C. Luego quantas cãtidades ay en. E Z. yguales ala. A. tãtas quantidades ay tambien en. I T. yguales a la. C. Diuidaſe. E Z. en quãtidades yguales a la. A. que ſean. E K. K Z. y la I T. en yguales a la. C. que ſean I L. L T y aſſi ſera ygual el numero de. E K. KZ al numero de. I L. L T. Y porque. A. de B. es multiplice ygualmente que. C. de D. y es ygual. E K. a la. A. y la. I L. a la. C luego. E K. de la. B es multiplice ygualmente que. I L. de la. D, y por eſto tan ygualmente multiplice es. K Z de la. B. como. L T. de la. D. Luego porque el primero E K. del ſegundo. B. es multiplice ygualmente que el tercero, I L, del quarto, D. y es el quinto. K Z. de. B. ſegũdo ygualmẽte multiplice q̃ el ſexto. L T. del quarto. D. luego (por la. 2. del. 5: el cõpueſto primero y quinto. E Z. del miſmo. B. ſegundo es multiplice ygualmente que el tercero y ſexto. I T. de el quarto. D. Luego ſi el primero de el ſegundo fuere ygualmẽte multiplice

tiplice

tiplice que el tercero de el quarto,y se tomaren del primero y del tercero ygualmente multiplices tambien por ygual el vno y el otro de los q̃ fuerõ tomados sera ygualmẽte multiplice del vno y del otro,el vno d̃l segũdo y el otro del quarto

Theorema.4. Proposiciõ.4.

¶Si el primero al segũdo tuuiere la misma razon que el tercero al quarto,tãbien los ygualmẽte multiplices del primero y del tercero a los ygualmente multiplices del segundo y del quarto,segun qualquiera multiplicaciõ,tendran la misma razon,tomados entre si.

☙El primero.A.al segundo.B,tenga la misma razon q̃ el tercero.C.al quarto.D.y tomense delos dos.A.C.los ygualmente multiplices.E.Z.y de los dos.B.D.otros ygualmente multiplices como quiera.I.T.Digo que como se ha.E.con.I.assi se habra.Z.con.T. Tomese de los dos.E.Z.los ygualmente multiplices.K.L. y de los dos.I.T.otros ygualmẽte multiplices como quiera que seã.M.N. y porq̃.E.es multiplice d̃ A.ygualmẽte q̃.Z.de.C.y de los dos.E.Z.se tomaron los ygualmẽte multiplices.K.L.luego.K.por la.3.del.5.es de.A.multiplice ygualmẽte q̃.L.de C.y por la misma causa

K E A B I M L Z C D T N

es tam

es tābien.M.multiplice de.B.ygualmente que.N.de.D. y por que es como. A.a la.B.assi la.C.a la.D. y se tomarō delas dos A.C.los ygualmente multiplices.K.L.y delas dos.B.D.otros ygualmente multiplices comoquiera,esto es.M.N.luego si.K excede a.M.tambien excede.L.a la.N.y si es ygual ygual,y si menor,menor por la.6.difinicion del.5.)y son.K.L.delos dos E.Z.ygualmente multiplices.y son.M.N.delos dos.I.T.otros ygualmente multiplices como quiera.Luego como se ha. E. con.I,Assi.Z.con.T.luego si el primero con el segundo tuuiere la misma razon que el tercero con el quarto tambien los ygualmente multiplices del primero y del tercero con los ygualmente multiplices del segundo y del quarto segun qualquiera multiplicacion,tendran la misma razon, tomados entre si(por la.6.definiciō)lo qual conuenia demostrarse.

Lemma,o assumption.

¶Pues porque esta demostrado que si.K.excede a la.M.tambien.L.excede a la.N.y si ygual ygual.y si menor menor.Es manifiesto q̄ si.M excede a la.K.tambien.N.excede a la.L.y si ygual ygual,y si menor menor.Y por esto sera que como se ha.I.con.E assi.T.con. Z.

Corolario.

De aqui es manifiesto que si quatro quātidades fuerē proporcionales,a la contra tambiē seran proporcionales.

Teore

Theorema. 5. Propoficion. 5.

¶Si vna quantidad fuere de otra quantidad ygualmẽte multiplice que la cortada dela cortada, tambien la que refta de la que refta fera ygualmẽte multiplice q̃ la toda dela toda.

La quantidad, A B. de la quantidad. C D. fea ygualmente multiplice q̃ la cortada. A E. de la cortada. C Z. Digo q̃ tãbien la. E B. q̃ refta de la q̃ refta. D Z. es multiplice ygualmẽte q̃ toda la. A B. es multiplice de toda la. C D. hagafe la, E B. tã multiplice de la. C I. quan multiplice es la. A E. dela C Z. y porque (por la fuppoficion) la. A E. es de. C Z. ygualmente multiplice que. A B. dela C D. y ponefe que. A E. es de. C Z. ygualmẽte multiplice que. E B. de. C I. Luego. A B. es de las dos. I Z. C D. ygualmente multiplice. Luego la. I Z. es ygual a la. C D. quite fe la comun C Z. Luego la. I C. que refta es ygual a la. D Z que refta. Y porque. A E, es dela. C Z. ygualmente multiplice que la. E B. dela. I C. y es ygual la. C I. a la. D Z. luego la A E. es dela C Z ygualmente multiplice que la. E B. de la Z D y ponefe la. A E. de la. C Z. por ygualmente multiplice que la. A B. de la. C D. luego la. E B. de la. Z D. es ygualmẽte multiplice que la. A B. de la. C D. luego la. E B. que refta fera ygualmente multiplice de la. Z D. que refta, quan multiplice es toda la. A B. de toda la. C D. Luego fi vna quantidad fuere de otra quantidad ygualmente multiplice que la cortada de la cortada, tambien la que refta de la que refta fera ygualmente multiplice que la toda de la toda. Lo qual cõuino demoftrarfe.

A E B I C Z D

Theorema. 6. Propoficion. 6.

Si dos

¶Si dos quantidades fuerẽ de otras dos quãtidades ygualmentemultiplices, y algũas cortadas fueren ygualmente multiplices delas mismas, tambien las restãtes seran o a las mismas yguales, o ygualmente multiplices delas mismas.

Las dos quantidades. A B. C D. delas dos quãtidades. E. Z. sean ygualmente multiplices y algunas cortadas. A I. C T. seã tambien ygualmente multiplices delas mismas. E. Z. Digo q̃ tambien las restantes. I B, T D. alas mismas. E. Z. o les son yguales, o ygualmente multiplices dellas. Sea lo primero. I B. ygual ala. E digo que tambien. T D. es ygual ala. Z. põgase la C K. ygual ala. Z. y porque. A I. es de. E. ygualmente multiplice que, C T. de. Z. y la. I B. es ygual ala. E. y la. K C. ala. Z. luego. A B. de la. E. es ygualmente multiplice que la. K T. de la misma. Z, y ponese la. A B. d̃ la. E. ygualmente multiplice que la. C D. dela Z. luego, K T. de. Z. es ygualmente multiplice que, C D. de. Z. pues porque cada vna de las dos. K T. C D. es ygualmente multiplice d̃. Z luego (por la. 1. comun sentẽcia) la. K T. es ygual ala. C D. quitese la comun. C T. luego la K C. que resta es ygual ala. T D. que resta. Y la Z, es ygual ala. K C. luego tambien la. Z. es ygual ala. T D. por lo qual si la. I B. es ygual a la. E. sera tambiẽ. D T. ygual ala. Z. Dela misma suerte tambiẽ demostraremos que si fuere. I B. multiplice de. E. tan multiplice sera. T D. dela. Z. luego si dos quantidades fueren de otras dos quantidades ygualmente multiplices y algũas cortadas fueren ygualmẽte multiplices delas mismas. Tambien las restas seran a las mismas

M o ygua

o yguales, o ygualmente multiplices delas mismas lo qual cō nino demostrarse.

Theorema.7. Proposiciō.7.

¶Las yguales tienen vna misma razon a vna misma, y la misma alas yguales.

¶Seā yguales las quātidades, A.B.y sea otra cātidad.C, como quiera. Digo que qualquiera de las dos. A.B, tiene vna misma razō ala misma.C.y la.C.a cada vna d las mismas, A.B. Tomense por la.3. del.5,) las ygualmente multiplices delas dos. A B.y sean. D.E, y dela. C, sea otra como quiera multiplice y sea. Z. pues porque D.es ygualmente multiplice dela.A.que la.E.dela.B.y la.A, es ygual ala.B. luego, (por la sexta comun sentēcia) ygual es la, D, ala.E.y es otra q̄lquiera.Z.multiplice dela misma.E, luego si excede la.D. a la, Z, excede tambien la.E.ala misma. Z, y si ygual ygual, y si menor menor. Y son D, E. ygualmente multiplices de las dos A.B.y la.Z.de.C. otra multiplice como quiera, luego como es la. A.ala, C. assi la.B.a la.C. Digo tābiē q̄ la, C.a cada vna de las dos. A.B. tiene la misma razon. Porq̄ dispuestas d̄la misma manera demostraremos semejātemēte q̄ la D. es ygual.ala.E.y es otra q̄lquiera, Z. luego si la.Z.excede ala.D. excedera tābien a la.E, y si ygual, ygual, y si menor menor. Y la.Z.es multiplice de la.C.y la.D. E. de las dos.A.B. son otras multiplices qualesquiera, luego como se ha.C, cō.A assi tābien.C.con.B.luego las yguales tienen vna misma razō a vna misma: y la misma alas yguales, lo qual se auia de demostrar.

Theo

¶ De las quantidades deſiguales, la mayor a vna miſma tiene mayor razon que la menor y la miſma a la menor tiene mayor razonque a la mayor.

¶ Sean las quantidades deſiguales: AB . C.y ſea mayor la. A B.que la,C.y ſea otra como quiera como.D.digo que la. A B a la.D. tiene mayor razon que no.C.cõ la.D.y la.D.cõ la . C tiene mayor razon que no cõ la.A B.Porque es mayor la.A B.que no la. C. pongaſe la.B E. ygual a la miſma.C, y aſſi la menor de las dos.A E.E B.multiplicada,vendra a ſer mayor que no la.D.Sea lo primero.A E.menor que no.E B.y multipliqueſe.AE aſta que lo que ſe hiziere,venga a ſer mayor que . D . y ſea ſu multiplice. Z I.el qual es mayor que,D.y quan multiplie es.Z I.de.A E.ſea tan multiplice.I T.de la.E B. y la.K. de la.C. y tomeſe el doblo dela.D.y ſea. L.y deſpues el tres doblo y ſea.M. y deſpues aſſi vno mas,aſta que el tomado venga a ſer hecho multiplice de la.D.y primero mayor que. K. y tomeſe y ſea,N,el quadrupulo de,D.y primero mayor que . K. pues porque,K,es primero menor que.N.luego.K,no es menor que,M.Y porque ygualmente multiplice es , I T, de la E B, como es ygualmente multiplice, Z I, de la , A E . Luego (por la primera del .5.)la.Z T.es de la.A B , ygualmẽte multiplice que la.K.de la.C.luego la.Z T.y la.K. ſon ygualmente multiplices de la.A B.y de la.C.(por la miſma). Otroſi por q̃ I T.es dela.E B.ygualmente multiplice que la.K.de la.C.y es

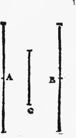
ygual la.E B.a la.C.luego la.I T.es ygual a la.K.y la.K. no es menor que la.M. luego tampoco la.I T.es menor que la. M. Pero es mayor la.Z I.que la.D.luego toda la.Z T.juntamēte es mayor que las dos.D.M.Y son yguales las dos.D.M.a la.N porque.M.es el triplo de.D.y las dos.M,D.son el quadruplo de.D.y es.N.el quadruplo de.D.luego las dos.M.D.son yguales a la.N.y es mayor.Z T.que.M.D.Luego la.Z T. excede a la.N.y no excede la.K.a la,N.y sō la.ZT.y la.K.dela.A B.y de la.C.multiplices ygualmente y la.N.dela.D.es otra qualquiera multiplice,luego la.A B.con la.D.mayor razon tiene que no la.C.con la.D.(por la.8.definicion del.5.) Digo pues que tambien la.D.con la.C.tiene mayor razon que la.D.con la.A B.Porque descritas aquellas assi,de la misma manera demostraremos que la.N.es mayor que la, K. pero no mayor que la.Z T.y la.N.es multiplice de la.D. pero las dos.Z T.y la.K. de las dos.A B.y de la.C.otras qualesquiera ygualmentemultiplices.Luego (por la.8.difinicion de el.5.)la.D.con la.C.tiene mayor razon que la.D.con la.A B. ¶ Pero aora la.A E. es mayor que la.E B.luego multiplicada la menor.EB.sera alguna vez mayor que.D.multipliquese y sea.I T.el multiplice de E B.y mayor que la.D.y quan multiplice es.I T.de la.E B.hagase tan multiplice.Z I.dela.A E,y la.K.de la C. De la misma manera demostraremos que la.Z T.y la, K. son ygualmente multiplices dela.A B.y de la.C.Tomese de la misma suerte el multiplice dela.D.pero el primero mayor q̄.Z I.por lo qual tābiē.Z I.no es menor q̄.M.y es mayor,I T.q̄ no.D.luego toda.Z T.excede a las.D. M. esto es,a la.N.y la.K.no excede a la.N,porq̄ tāpoco.Z I.q̄ es mayor q̄.I T,esto es,q̄.K. no excede ala.N.y de la misma forma repitiēdo lo q̄ arriba haremos la demostraciō.Luego delas quātidades desiguales la mayor a vna misma tiene mayor razon q̄ la menor, y la misma a la menor tiene mayor razon q̄ a la mayor,lo qual cōuino demostrar se.

Theorema.9. Proposicion.9.

Las

¶Las que a vna misma tienen vna misma razon, son yguales entre si: y a las que la misma tiene vna misma razon, ellas mismas son yguales.

❧Tenga cada vna de las dos. A.B. con la. C. vna misma razon. Digo que es ygual la A. a la. B. porque sino cada vna de las dos A.B. no tendria con la. C. la misma razon. (por la octaua del quinto) tiene la, luego ygual es la. A. a la. B. Tenga pues la. C. vna misma razon a cada vna de las dos. A. B. digo que es ygual la, A, a la. B, porque sino la, C, a cada vna de las dos, A, B, no tẽdria la misma razon, tiene la, luego ygual es la A, a la, B, luego las que a vna misma tienen vna misma razon son yguales, entre si, y a las que la misma tiene vna misma razon, ellas mismas son yguales.



Theorema. 10. Proposicion. 10

¶De las que tienen razon a vna misma, la que tiene mayor razon, aquella es mayor: y a la q̃ la misma tiene mayor razõ, aquella es menor

❧Tenga la. A. con la. C. mayor razon que la. B. con la. C. digo que la. A. es mayor que la. B. porque si no, o la. A. es ygual a la. B. o menor que ella. Ygual en ninguna manera es la. A. a la. B. porque cada vna de las dos. A. B. tendria la misma razon con la. C. por la nona del quinto) no la tiene, luego. A. en ninguna manera es ygual a la. B. Ni tampoco es menor. A. que la B. porque la. A. tendria con la. C. menor razon que la. B. con

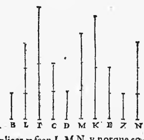
 la. C.

la.C.(por la octaua del quinto)no la tiene, luego la.A, no es menor que la.B.y esta demostrado que tampoco es ygual. Luego mayor es la A,que la.B, Tenga pues la,C,con la,B,mayor razon que la,C,con la.A.Digo que es menor. B, que no. A, porque si no, o le es ygual o menor que ella.ygual no lo es la, B; a la,A, porque la C. tendria vna misma razon a cada vna de las dos,A,B,(por la nona del quinto) no la tiene, luego la.A.en ninguna manera es ygual ala.B.ni tampoco es mayor la.B.que la.A. porque la. C. con la.B.tendria menor razon que no con la. A. (por la octaua del quinto)no la tiene,luego mayor es la .B. que la.A.y demostrose que tampoco es ygual, luego menor es la.B.que la.A.luego de las que tienen razon a vna misma, la que tiene mayor razon aquella es mayor,y a la que la misma tiene mayor razon aquella es menor. Lo qual se auia de demostrar.

Theorema.11. Proposicion,11.

¶Las razones que son vnas a vna misma, son vnas mismas entre si.

Sean como la.A con la.B.assi la.C.con la.D.y como la. C. con la. D. assi la. E. con la.Z.digo q̃ como se ha la. A.cõ la B.assi la.E. con la.Z Tomése de las tres A.C.E. las ygualmẽte multiplices y seã I.T. K. y de las tres B.D.Z.otras qualesquiera ygualmente multiplices,y sean.L.M.N. y porque como se



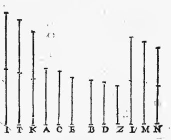
mo ſe ha la.A.cõ la,B.aſſi la.C.con la.D.y tomaron ſe dela.A y de la.C,las ygualmẽte multiplices. I.T.y de las dos.B. D.otras qualesquiera ygualmente multiplices.L.M.luego ſi la.I. excede a la.L.tambien.T.excede a.M,y ſi ygual ygual,y ſi menor menor(por la cõuerſa dela.6.defini.dl.5.)Otroſi porq̃como ſe ha la.E.a la,Z.aſſi la,C.a la,D.y de las dos.C.E.ſe tomarõ las ygualmẽte multiplices.T.K,y delas dos.D.Z,otrasquales quiera ygualmente multiplices.M.N.luego ſi excede la.T a la.M.tambiẽ excede la.K.a la.N.y ſi ygual ygual,y ſi menor menor(por la miſma)y ſi excede la.T.a la. M.tãbien excede la.I.a la.L.y ſi ygual,ygual,y ſi menor menor (por la miſma conuerſion)por lo qual ſi excede la.I.a la.L. excede tambien la.K.a la.N.y ſi ygual ygual,y ſi menor,menor(por la miſma) y ſon la.I.y la.K.dela.A.y dela.E.ygualmente multiplices. Y las dos. L.N.otras qualeſquiera ygualmẽte multiplices de la B.y dela,Z.luego como ſe ha la.A,con la.B.aſſi la.E. cõ la.Z. Luego las razones que ſon vnas a vna miſma, ſon vnas miſmas entre ſi.lo qual cõuino demoſtrar ſe.

Theorema. 12 Propoſicion.12.

¶Si fueren qualesquiera quantidades que tẽgan proporcion,ſera que como la vna de las antecedentes a vna de las conſequẽtes,aſſi todas las antecedentes a todas las conſequẽtes.

Sean algunas quãtidades que tengan proporcion.A. B.C D,E,Z,como la,A,a la,B,aſſi la,C,a la,D,y la,E,a la. Z, Digo que como ſe ha la,A.a la,B,aſſi ſe han las. A C E , con las B D Z, Tomenſe las ygualmente multiplices de las,A.C,E,y ſean,I,T ,K,y delas,B,D,Z,otras qualesquiera ygualmente multiplices y ſean,L,M,N,Y porque como ſe ha la.A. a la,B aſſi la,C,a la,D.y la,E,a la,Z,y de las,A,C,E . ſe tomaron las ygualmente multiplices ,I T,K,y de las, B,D,Z. otras quales

les quiera ygualmẽ ente multiplices y sean.L.M.N. y porque como se ha la.A ala.B.assi la. C. a la D.y la,E.ala.Z,y de las.A.C.E. se tomaron las ygualmente multiplices.I.T, K. y delas.B.D.Z.otras qualesquiera ygualmente multiplices q̃ son·L,M.N.luego si



la.I. excede a la.L.excede tãbien la.T.a la.M,y la.K.ala.N. Y si ygual ygual,y si menor menor.(por la conuersa dela.6.de finicion del.5.)por lo qual tambien si excede la.I.ala.L. exceden tambien las.I.T.K.alas.L,M,N,y si yguales yguales,y si menores menores (por la misma) y son la.I.y las.I T K. ygualmente multiplices dela.A.y delas.A.C.E.porq̃ (por la.1.del 5.)si fueren quales quiera quãtidades de otras quales quiera cãtidades yguales ẽ numero cada quales d̃ cada quales ygualmente multiplices,qua n multiplice de la vna es la vna,tã multiplices seran todas de todas.Y por esto tambien la.L.y las.L M.N.dela.B.y delas.B.D.Z,son ygualmente multiplices,luego como se ha la.A.con la.B.assi la.A,C.E.alas.B.D.Z.(por la 6.definicion del.5.)luego si fueren quales quiera quãtidades que tengan proporcion,sera que como vna delas antecedentes a vna delas consequentes assi todas las antecedentes atodas las consequentes.Lo qual se hauia de demostrar.

Theorema.13. Proposicion. 13.

¶Si la primera ala segũda tuuiere la misma razon que la tercera ala quarta, y tenga la tercera

cera ala quarta mayor razon que la quinta a la ſexta, tambien la primera ala ſegunda tendra mayor razon que la quinta ala ſexta.

La primera. A. ala ſe gunda. B. tenga la miſma razon que la tercera. C, al a quarta. D, pero la tercera. C, ala quarta. D. tẽga mayor razon que la quinta. E. ala ſexta, Z, Digo que tambien la primera, A, ala ſegunda. B, tendra mayor razon que la quinta, E, ala ſexta. Z. porque la. C. ala. D, tiene mayor razon que la, E, ala. Z, tomenſe pues delas dos, C, E, las ygualmente multiplices. I. T, y delas dos. D, Z. otras quales quiera ygualmẽte multiplices, K. L. đ tal manera que. I, exceda ala, K, y la. T. ala. L, no la exceda Y quan multiplice es, I, dela, C, tã multiplice tã bien ſea la, M, dela, A, y y quan multiplice es la, K. de la, D, tan multiplice ſea tambien. N. de la, B, Y porq̃ como ſe ha la A, a la, B. aſsi la, C, a la, T. y ſe tomarõ dela. A.

y đla. C. las ygualmẽte multiplices. M, I, y delas dos, B, D, otras quales quiera ygualmente multiplices. N, K. luego ſi excede la M. ala. N. excede tãbien la. I, ala, K, y ſi ygual, ygual, y ſi menor menor (por la conuerſa de la, 6. definicion del. 5,) y excede (por la conſtrucion) la. I. a la, K, luego excede tambien la. M. ala. N, y no excede la, T, ala L. y ſon. M, T. las ygualmente, multiplices de las dos. A. E. y las. N L. delas. B Z. otras qualeſ quiera ygualmente multiplices. Luego la. A, ala. B, tiene mayor razon que la. E. ala. Z. por la. 8, definicion del. 5, luego ſi la pri-

primera a la ſegunda tuuiere la miſma razon q̃la tercera a la quarta,y tenga la tercera a la quarta mayor razon q̃ la quinta a la ſexta,tambien la primera a la ſegunda tendra mayor razon que la quinta a la ſexta.Lo qual cõuenia demoſtrarſe

Theorema.14. Propoſicion.14.

¶ Si la primera a la ſegunda tuuiere la miſma razon que la tercera a la quarta, pero la primera fuere mayor que la tercera, tambien la ſegunda ſera mayor que la quarta: y ſi ygual yguał:y ſi menor menor.

La primera.A.a la ſegũda.B.tenga la miſma razon que la tercera.C. a la quarta.D. y ſea la A.mayor que la.C.Digo que tambien la.B. es mayor que la.D. porque la.A.es mayor que la C.y es otra alguna quantidad.B.luego(por la octaua del quinto)la.A.a la.B.tiene mayor razon que la.C.a la.B.y como la.A.a la.B. aſſi la C.a la.D.Luego la.C.a la.D.tiene mayor razõ que no la.C.a la.B.Y a lo que vno miſmo tiene mayor razõ,aquello es menor(por la decima del quinto)luego menor es la.D. que no la.B. por lo qual mayor es la.B.q̃ no la.D.De la miſma manera tambien demoſtraremos que ſi fuere yguał la.A.a la.C.ſera tambien yguał la.B. a la.D.y ſi fuere menor la.A.que la.C.ſera tambien menor la B.que la.D.Luego ſi la primera a la ſegũda tuuiere la miſma razon que la tercera a la quarta, pero la primera fuere mayor que la tercera,tambien la ſegũda ſera mayor que la quarta,y ſi yguał yguał,y ſi menor menor. Lo qual conuenia demoſtrarſe.

D C B A

¶ Las partes de las multiplices de vna misma manera tienen vna misma razon tomadas entre si.

Sea la. A B.de la.C.ygualmẽte multiplice que la. D E.dela Z.Digo que como se ha la.C.con la.Z.assi la, A B.con la. D E. porque la.A B.es de la.C.ygualmente multiplice que la.D E. de la.Z.luego quantas quantidades hay en la.A B. yguales a la.C,tantas hay en la.D E.yguales a la.Z. Diuida se la.A B. en quantidades yguales a la C.esto es.A I.I T.T B.y la.D E. en quantidades yguales a la.Z. esto es: D K.K L.L E. sera pues el numero de las. A I.I T.T B. ygual al numero de las.D K.K L.L E.Y porque las A I.I T.T B, son yguales entre si, tambien D K.K L.L E. seran yguales entre si, luego como se ha la.A I.a la.D K.assi la.I T. a la.K L.y la.T B.a la.L E.luego (por la doze del quinto)como se ha vno de los antecedẽtes a vno de los consequentes,assi todos los antecedentes a todos los cõsequentes. Luego como se ha la.A I.a la.D K.assi se ha la. A B. a la.D E.y es ygual la.A I.a la.C.y la. D K. a la.Z.luego como se ha la.C.a la.Z. assi se ha la.A B.a la.D E. Luego las partes de las multiplices de vna misma manera tienen vna misma razon tomadas entre si. lo qual conuino demostrarse.

Theorema.16. Proposicion.16.

¶ Si quatro quantidades fueren proporcionales tambiẽ trastrocadas serã proporcionales.

Sean

¶Sean las quatro quãtidades proporcionales.A.B.C.D. que como la.A.a la.B.assi la.C.a la.D.Digo que trastrocadas serã proporcionales,que como la.A.a la.C.assi la.B.a la.D.tomen se de las dos.A.B.las ygualmente multiplices. E, Z. y de las dos.C.D otras qualesquiera ygualmente multiplices.I.K. y porque la E.de la.A.es ygualmente multiplice que la.Z.de la.B.y las partes de las multiplices de vna misma manera tienen la misma razon tomadas entre si(por la precedente) luego como se ha la.A.a la.B.assi la.E.a la.Z. Y como se ha la.A.a la.B.assi la.C.a la.D.Luego tambien como se ha la C.a la.D.assi la.E.a la.Z. (por la.11. del.5.)otro si porque las.I. K. de las dos.C.D. son ygualmente multiplices, y las partes de las multiplices de vna misma manera tienen la misma razon tomadas entre si (por la.15.del.5.) luego como se ha la.C.a la.D.assi la.K.a la.I.y como se ha la.C.a la.D. assi la E.a la.Z.luego tambien como se ha la.E.a la.Z. assi la.K.a la. I.(por la.11.del.5.)Y si quatro quantidades fueren proporcionales,pero la primera sea mayor que la tercera, sera tambiẽ la segunda mayor que la quarta,y si ygual ygual, y si menor menor,por la catorze del quinto.luego si la.E.excede a la.K tambien excede la.Z.a la.I.y si ygual ygual, y si menor menor,y son las dos.E.Z. ygualmente multiplices de las dos. A B. y las dos.K I.de las dos.C, D. otras qualesquiera ygualmente multiplices.Luego (por la sexta definiciõ del quinto) como se ha la.A.a la. C. assi es la. B. a la. D. Luego si quatro quantidades fueren proporcionales tambiẽ trastocadas seran proporcionales.Lo qual conuino demostrar se.

E A B Z K C D I

Theo

¶Si las quantidades compueſtas fueren proporcionales, tambien diuididas ſeran proporcionales.

Sean las quantidades cõpueſtas proporcionales. A B. B E C D. D Z. y como ſe ha la. A B. a la. B E. aſſi la. C D. a la. D Z. Digo que tambien diuididas ſeran proporcionales que como la. A E. ſe ha con la. B E. Aſſi la, C Z. con la, D Z. tomenſe las ygualmẽte multiplices de las. A E. E B. C Z Z D. y ſean. I T, T K. L M. M N. y de las dos. E B. Z D. otras qualesquiera ygualmente multiplices, eſto es. K X. N P. Y porque. I T. de la. A E. es ygualmẽte multiplice que la. T K. de la. E B. luego ygualmente multiplice es. I T. de la. A E. que la I K. de la. A B (por la. 1. del. 5.) y es. I T, ygualmente multiplice de la. A E. que la. L M. de la. C Z. luego la. I K. ygualmente multiplice es de la. A B. que la. L M. de la. C Z. (por la. 2. del miſmo.) Otroſi porq̃. L M. es ygualmẽte multiplice de. C Z. que la M N. de la. D Z. luego la. L M. de la. C Z. es ygualmente multiplice que la. L N. de la C D (por la. 1. del miſmo) y era la. L M. ygualmẽte multiplice de la. C Z. que la. I K. de la. A B. luego la. I K. de la. A B. es ygualmente multiplice que la. L N. de la. C D. Luego la. I K. y la. L N ſon ygualmente multiplices de las dos. A B. C D. Ytem porq̃ la. T K, de la. E B, es ygualmente multiplice q̃ la, M, N, de la, Z D. y es la. K X. de la. E B. ygualmente multiplice que la. N. P. de la, Z D. Luego (por la ſegunda del miſmo) compueſta la. T X de la. E B, es ygualmente multiplice que la, M P. de la, Z D. Y porque como ſe ha la, A B. a la, B E, aſſi es la, C D. a la. D Z. y ſe

se tomaron delas dos. A B. C D. las ygualméte multiplices. I K L N, y delas dos. E B, Z D. otras qualesquiera ygualmétemultiplices, esto es, T X. M P. Luego si la I K. excede a la. T X. tambien la. L N. a la. M P, y si ygual, ygual, y si menor, menor (por la conuersa dela, 6. definicion del. 5.) exceda pues la. I K. a la T X. luego tambien quitada la comun. T K. excede la. I T. a la K X. y si excede la. I K, a la, T X. excede tambié la. L N. a la. M P. exceda pues la, L N. a la. M P. y quitada la comũ. M N, excede tambien la, L M. a la, N P. por lo qual si excede la, I T. a la K X. excede tambien la, L M. a la. N P, De semejante manera demostraremos que si fuere la, I T. ygual a la. K X. sera tábié la. L M, ygual a la, N P, y si menor menor, y son la, I T, y la. L M. de las dos, A E. C Z, ygualmente multiplices, y la. K X. y la N P. otras qualesquiera ygualmente multiplices delas dos. E B. Z D. Luego como se ha la, A E, a la, E B, assi es la. C Z. a la. Z D, (por la. 6. definicion de el. 5.) luego si las quantidades com puestas fueren proporcionales, tambien diuididas seran proporcionales. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 18. Proposicion. 18.

¶ Si diuididas las quantidades fueren proporcionales, tambié compuestas seran proporcionales.

Sean las diuididas quantidades proporcionales. A E, E B. C Z. Z D. que como se ha la, A E, a la, E B. assi sea la, C Z a la. Z D, digo que tambien compuestas seran proporcionales, que como la. A B, a la. B E, assi la, C D. a la, D Z. Porque sino se han q̃ como la, A B. a la. B E, assi la. C D, a la. Z D, serã q̃ como la, A B, a la. B E. assi la. C D, a otra menor q̃ la. Z D, o mayor. Sea lo primero a la menor, D I y porque como se ha la. A B, a la, B E, assi la, C D.

A
C
E
Z
I
D
B

a la

a la.D I,y las compueſtas quantidades ſon proporcionales, por lo qual tambien diuididas ſeran proporcionales (por la 17. del quinto) luego como ſe ha la, A E, a la, E B. aſſi la. C I. a la. I D. y preſupóneſe que como la, A E, a la, B E, aſſi la, C Z, a la. Z D. luego (por la. 11. del. 5.) como la, C I. a la. I D, aſſi la C Z. a la, Z D, y es mayor la primera, C I, q̃ la tercera. C Z. luego (por la. 14, del. 5.) mayor es la ſegunda, I D. que la quarta, Z D. y es menor. que es impoſſible, luego no es q̃ como la, A B. a la, B E. aſſi la. C D, a la menor. que la. Z D. De la miſma ſuerte tambien demoſtraremos que ni a la mayor, luego a la miſma. luego ſi diuididas las quantidades fueren proporcionales, tambien cópueſtas ſeran proporcionales. Lo qual cõ uino demoſtrarſe.

Theorema. 19. Propoſición. 19.

¶ Si fuere que como el todo al todo, aſſi lo quitado a lo quitado, tambien la reſta a la reſta ſera como el todo al todo.

Sea que como toda la. A B, a toda la, C D, aſſi el pedaço. A E, al pedaço, C Z, Digo que tambien la reſta. E B, a la reſta, Z D. ſera como toda, A B, a toda, C D, Porque es como toda, A B, a toda. C D, aſſi la A. E. a la. C Z. tambiẽ traſtrocadas (por la. 16, del. 5.) ſera que como, A B, a la, A E, aſſi tambien la, D C. a la, C Z, y porque las quantidades compueſtas ſon proporcionales (por la. 17, y, 18, del, 5,) tambien diuididas ſeran proporcionales, luego como la, B E, a la. E A, aſſi la, D Z, a la, C Z, luego tambien traſtrocadas (por la dezi ſeys del quinto) ſera que como la, B E. a la. D Z, aſſi la, E A, a la, Z C, y ſupone ſe que como la. A E, a la, C Z, aſſi toda, A B, a toda, C D. luego la reſta, E B, a la reſta, Z D, ſera como toda, A B a toda, C D, luego ſi fuere como el todo al todo, aſſi lo quitado a lo quitado, tambien la reſta a la reſta ſera

A C E Z B D

como

fera como el todo al todo, lo qual ſe auia de demoſtrar. Y porque eſta demoſtrado que como es la, A B.a la, CD, aſsi es la, F B, a la, Z D. Tambien al trocado como la, A B, a la, B E, aſsi la, C D, a la, DZ, luego las quãtidades compueſtas ſon proporcionales (por la.18, propoſiciõ del, 5) y eſta demoſtrado que como la, B A, a la, A E. aſsi la, D C, a la. C Z, y es conuertiendo. De aqui es manifieſto que ſi las quantidades compueſtas fueren proporcionales, tambiẽ conuertiendo ſeran proporcionales. Lo qual ſe hauia de demoſtrar,

Theorema. 20. Propoſicion. 20.

¶ Si fuerẽ tres quãtidades, y otras ẽ numero yguales a las miſmas, tomadas de dos ẽ dos, y vna miſma razõ, po por ygual la primera fuere mayor q̃ la tercera, ſera tambiẽ la quarta mayor q̃ la ſexta, y ſi ygual ygual, y ſi menor menor.

Sean las tres quantidades, A, B, C, y otras yguales a ellas en numero, D. E Z, tomadas de dos en dos y en vna miſma razõ que como la, A, a la, B, aſsi la, D, a la, E, y como la. B, a la C, aſsi la, E, a la, Z, y por ygual ſea mayor la, A, que la, C, digo que tambien la D, ſera mayor que la, Z. y ſi ygual ygual, y ſi menor, menor, Porque es mayor la, A, que la, C, y es vna otra, B, y la mayor a vna miſma, por la octaua del quinto, tiene mayor razon que la menor, luego

A B C C C D E Z Z Z

la, A

la.A,ala.B.mayor razon tiene que la.C,ala.B. y como se ha la.A,ala.B,assi es la.D.ala,E,y como la.C.ala,B.otro si, tambien la.Z.ala,E.luego tãbien la. D . ala.E.tiene mayor razon que la.Z.ala.E.(por el corolario dela.4.del.5.)y dela sque tienen razon a vna misma,la que tiene mayor razon,es mayor (por la decima del.5.)luego mayor es la.D. que la.Z. Tambien dela misma forma demostraremos que si es ygual la.A. ala.C.tambien sera ygual la,D.ala.Z.y si menor,menor, lue go si fueren tres quãtidades y otras a ellas yguales en nume ro,tomadas de dos en dos en vna misma razon,pero por ygual,la primera fuere mayor que la tercera,sera tambien la quarta mayor que la sexta:y si ygual,ygual: y si menor menor,loqual conuenia demostrar.

Theorema.21. Proposicion.21.

¶Si fueren tres quantidades, y otras a ellas yguales en numero, tomadas de dos en dos y en vna misma razon, y fuere la proportiõ de ellas perturbada, pero por ygual la primera fuere mayor que la tercera, sera tambien la quarta mayor que la sexta:y si ygual,ygual: y si menor,menor.

Sean las tres quantidades.A B C. y otras a ellas yguales en numero.D EZ.tomadas de dos en dos,y en vna misma razon,y sea la proporcion dellas perturbada,que como la. A, ala.B.assi la.E.ala.Z.y como la.B.ala.C.assi la.D.ala.E. pero por ygual la.A.sea mayor que la.C.digo que tambien la . D . sera mayor que la.Z.y si ygual, ygual:y si menor,menor.Por que es mayor la.A.que la.C.y vna otra.B.luego (por la.8.del quinto)la.A.ala.B,tiene mayor razõ que la.C.ala.B.y como la,A.a la,B,assi la.E a la.Z. otro si como la, C,a la.B,assi la.E. a la.D.Luego tãbien la.E.a la.Z.tiene mayor razon que la.E.

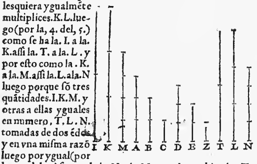
a la,D,por el corolario de la,4,del,5,y a la q̃ vna miſma tiene mayor razon, aquella es menor,por la.10. del.5.luego menor es la,Z. que la.D.luego mayor es la D,que la.Z. Tambiẽ demoſtraremos dela miſma fuerte que ſi la.A, es ygual a la C.ſera tãbien la.D. ygual a la.Z.y ſi menor menor.Luego ſi fueren tres quantidades, y otras a ellas yguales ẽ numero,tomadas de dos en dos y ẽ vna miſma razõ y fuere la proporcion de ellas perturbada,pero por ygual la primera fuere mayor que la tercera:ſera tambien la quarta mayor q̃ la ſexta,y ſi ygual ygual,y ſi menor menor, lo qual conuenia demoſtrar ſe.

Theorema.22. Propoſicion. 22.

Si fueren qualesquiera quantidades , y otras a ellas yguales ẽ numero,tomadas de dos en dos en vna miſma razon, tambien por ygual eſtará en la miſma razon.

❧ Sean qualesquiera quantidades . A B C. y otras a ellas yguales en numero.D.E.Z.tomadas de dos en dos en vna miſma razõ,q̃ como la.A.a la.B.aſſi la.D.a la.E.y como la.B. a la C.aſſi la.E.a la.Z.Digo que tambien por ygual eſtaran en la miſma razon,que como la.A.a la.C.aſſi la.D.a la.Z. Tomen ſe de las dos.A.D.las ygualmente multiplices.I.T.y delasdos B.E.otras quales quiera ygualmente multiplices.K.L. y tambiẽ delas dos.C.Z.otras qualesquiera ygualmente multiplices.M.N.yporq̃ como ſe ha la.A.a la.B aſſi la. D, a la. E.y de las dos.A. D.ſe tomaron las ygualmẽte multiplices.I.T.y de

las



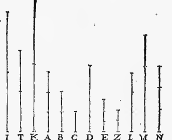
las dos.B.E.otrasqua lesquiera ygualmẽte multiplices.K.L.luego(por la, 4. del, 5.) como se ha la. I. a la. K.assi la. T. a la. L. y por esto como la. K. a la.M.assi la.L.ala.N luego porque sõ tres quãtidades.I.K.M. y otras a ellas yguales en numero. T. L. N. tomadas de dos ẽ dos y en vna misma razõ luego por ygual(por la. 20. del. 5.)si excede la. N.a la.M. excede tambien la. T. a la.I.y si ygual ygual,y si menor menor. Y las dos.I T.son de las dos.A.D.ygualmẽte multiplices,y las dos.M.N. de las dos.C Z.otras qualesquiera ygualmẽte multiplices,luego(por la.6. definiciõ del.5.)como se ha la.A.a la.C.assi la.D.a la.Z. luego si fuerẽ ꝗlesquiera cãtidades y otras a ellas yguales ẽ numero tomadas de dos ẽ dos ẽ vna misma razõ tãbiẽ por ygual esta rã en la misma razon.Lo qual conuino demostrarse.

Theorema,23. Proposicion.23.

¶Si fuerẽ tres quãtidades,y otras a ellas yguales ẽ numero tomadas de dos ẽ dos ẽvna misma razõ,y la proporciõ dellas fuere perturbada tãbien por ygual estarã en la misma razõ.

Sean las tres quantidades.A B C. y otras a ellas yguales en numero tomadas de dos en dos ẽ la misma razon.D.E.Z y la proporciõ dellas sea perturbada,que como la.A,ala. B. assi la.E.ala.Z.y como la,B.ala.C,assi la,D.ala.E. Digo que sera tambien como la.A.ala.C.assi la.D.ala.Z, Tomense de las.A B D.las ygualmente multiplices.I.T.K.y de las. C E Z. otras qualesquiera ygualmente multiplices.L.M. N,y porꝗ

las.I T.delas.A B.son ygualmente multiplices,y las partes de las multiplices d'vna misma manera tienen vna misma razon(por la.15.del.5.) luego como se ha la.A.ala.B.assi la.I.ala.T.y por esto tambien como la E.ala.Z.assi la.M.a la N.y como se ha la.A. cõ la,B.assi la.E,cõ la Z,luego tãbien como



la.I.ala.T.assi la.M.ala.N.(por la.11.del.5.)Y porq̃ como se ha la.B.con la.C.assi es la.D.ala,E,yestan tomadas delasdos B.D.las yugualmente multiplices.T K.ydelas dos.C,E,otras algunas ygualmente multiplices.L,M, luego como se ha la T.ala.L.assi la,K,ala,M,y al trastrocado,por la,16, del.5,como la,B.a la,D,assi la,C,a la,E,y porque las ,T.K, de las,B, D,son ygualmente multiplices,y las partes de las ygualmẽte multiplices tienen la misma razon,por la,15,del, 5, luego como se ha la B,ala,D,assi la,T,ala.K.y como la.B,ala D,assi la,C,ala,E,luego tãbiẽ como la,T,ala.K. assi la C,ala,E,por la,11, del quinto.Otro si porque.L.M.delas.C, E, son ygualmente multiplices,luego como la,C,a la,E,assi la.L.a la,M,y como la,C,a la.E,assi la,T,a la,K.luego como la,T,ala,K,assi la.L,a la,M,y tambiẽ al trastrocado,por la.16.del,5.como la T.a la,L,tambien la,K,a la,M,Y esta demostrado que como la,I,a la,T,assi la,M,a la,N.Pues porque tres quãtidades son proporcionales,I,T,L,y otras a ellas yguales en numero,K, M,N,de dos en dos tomadas en vna misma razõ,yla proporcion de ellas es perturbada,luego por ygual,por la,21, del,5, si excede la,I,a la,L,tambiẽ excede,K,a la,N,y si ygual ygual y si menor menor,Y son, I,K, ygualmente multiplices de las A,D,

A.D.y las.L.N.de las.C.Z.son ygualmente multiplices. Luego como se ha la.A.a la.C.assi la.D.a la.Z.(por la.6. definició del quinto)luego si fueren tres quantidades,y otras a ellas y guales en numero,tomadas de dos en dos en vna misma razon,y la proporcion dellas fuere perturbada,tambien por y gual estaran en la misma razon.Lo qual côuino demostrarse

Theorema.24 Proposicion.24.

Si el primero al segũdo tuuiere la mismarazõ que el tercero al quarto,pero tuuiere el quinto al segundo la misma razon que el sexto al quarto,tambien compuestos primero y quinto tendran la misma razon al segundo,que el tercero y el sexto al quarto.

El primero. A B.al segundo. C. tenga la misma razon que el tercero.D E.al quarto.Z.y tenga tambien el quinto. B I. al segundo. C.la misma razon que el sexto E T.al quarto.Z. Digo q̃ tambien cõpuestos primero y quinto. A I.al segundo.C. tendrã la misma razon q̃ el tercero y sexto.D T,al quarto.Z. porque como se ha B I.a la.C.assi es.E T. a la.Z. luego tãbiẽ conuertiendo,como se ha la.C.a la.B I.assi la.Z,a la.E T, Pues porque como la.A B.a la.C.assi la,D E.a la,Z. y como la.C.a la,B I.assi la.Z.a la.E T,Luego porygual (por la.22.del.5.)seraque como.A B.ala B I,assi la.D E.a la,E T. y porque diuididas las quantidades son proporcionales tambien cõpuestas serã proporcionales (por la,18.del,5.) luego como la. A I.a la I B.assi la,D T.a la,T E.y como la.B I.a la.C. assi tãbiẽ la, E T. ala.Z,luego por ygual (por la.22,del. 5.)serã que como. A I.

ala.C.assi la.D T.ala.Z.luego si el primero al segũdo tuuiere la misma razõ q̃ el tercero al quarto, pero tuuiere el quinto al segundo la misma razõ q̃ el sexto al quarto, tābien cõpue stos primero y quinto al segũdo tendrā la misma razon quel tercero y sexto al quarto, lo qual conuenia demostrarse.

Theorema. 25. Proposicion. 25.

¶Si quatro quantidades fueren proportionales, la mayor dellas y la menor seran mayores que las que restan.

Seã quatro cãtidades proportionales. A B.C D.E. Z.q̃ como la. A B.a la.C D.assi la.E.a la Z.y sea la. A B.la mayor dellas, y la menor sea.Z. digo q̃ las dos. A B.Z. sõ mayores q̃ las dos.C D.E.pongase, por.la.3.del.1, la.A I.ygual ala.E. y la. C T.ygual a la. Z. pues porque como se ha la. A B.ala.C D.assi la.E.ala.Z.y es ygual la.E.ala. A I.y la.Z.ala. C T. luego como la.AB,ala.C D.assi la, A I.ala.CT y porque como toda la .A B. a toda la. C D.assi la parte. A I.ala parte.C T. luego la resta.I B, por la.19.del.5.a la resta. T D.sera como toda. A B.a toda.C D.y es mayor la. A B.que la.C D. luego mayor es la .I B.q̃ la. T D. Y porq̃ es ygual la. A I.ala,E,y la.CT.ala,Z, luego la.A I y la,Z, son yguales a las, C T, E, y porq̃ si a desiguales se les añaden yguales, los todos seran hechos desiguales, por la.4. comun sentencia, luego como la.I B, y la.T D, seã desiguales y la, IB, sea mayor, y ala IB, se le añada la.A I, y la, Z, y ala, T D.se le añadā la.C T.y la E.producirāse la.A B.y la. Z. mayores q̃ las dos.C D.y la.E. luego si quatro quãtidades fuerẽ proporcionales, la mayor dellas y la menor serã mayores q̃ las que restã. Lo qual cõuenia demostrar se.

B I A C T D E Z

¶Fin del quinto libro

LIBRO SEXTO DE LOS ELEMENTOS DE EVCLIdes Megarense philosopho Griego.

¶Definiciones.

1. ¶ Semejātes figuras rectilineas son las que vno a vno tienen los angulos yguales, y los lados que contienen a los angulos yguales son proporcionales.
2. Figuras reciprocas son, quando en la vna y otra figura los terminos antecedentes, y los consequentes fueren racionales.
3. Dize se ser diuidida vna linea recta con razon extrema y media quando fuere que como se ha toda a la mayor parte, assi la mayor a la menor.
4. La altura de cada figura es la perpēdicular tirada desde la punta asta la basis.
5. La razon se dize constar de dos o mas razones quando las quātidades de las razones multiplicadas hazen alguna quantidad.



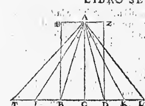
¶Sea la, A B. que tenga dada la razon a la C D. como doblada o tres doblada o otra qualquiera, y la. C D. a la. E Z. tambien tenga la misma dada. Digo que la razon de la misma. A B. y de la, E Z. consta de la, A B. a la. C D. y de la. C D. a la. E Z. o que la quantidad de la razõ. A B a la. C D. multiplicada por la quantidad de la razon dela. C D a la. E Z. haze la razon dela. A B. a la, E Z. y sea lo primero la A B. mayor que la. C D. y la. C D. que la, E Z. y sea la. A B. doblada a la. C D. luego la. A B, sera seyscupla de la. E Z, porque si doblamos el triplo de alguna cosa, haze se seyscuplo, porque esto es propriamẽte composicion, O desta manera, porque la. A B, es doblo dela. C D diuidase la. A B. en yguales a la, C D. que seã. A I. I B, y porque C D. es tripla de la. E Z, y es ygual la. A I, a la. C D. luego tambien la. A I, es tripla a la. E Z. y por esso la I B. es tambien tripla a la. E Z. luego toda la. A B. es seys cupla dela. E Z. luego toda la razon de la. A B. a la. E Z. se junta por la. C D. termino medio, compuesta dela razon dela. A B, a la, C D. y de la. C D, a la, E Z. Dela misma manera tambien si fuere menor la. C D. que cada vna delas dos. A B. E Z. se colle gira

gira lo mismo. Porque sea otrosi la. A B. tripla a la. C D. pero la, C D. sea mitad de la. E Z. y porque la. C D. es mitad de la. E Z. y la, A B. es tripla de la, C D, luego la. A B. es sesquialtera de la. E Z. porque si triplicamos la mitad de alguna cosa, con tendra la vez y media. y porque la. A B. es tripla de la. C D. y la, C D. es mitad dela. E Z. luego delas que la. A B. es tresygua les dela. C D. de tales es dos la. E Z. por lo qual la. A B. es ses-quialtera dela. E Z. luego la. A B. a la, E Z. se cōpone por el termino medio. C D. cōpuesta dela razon de la. A B a la. C D. y dela, C D. a la. E Z. Pero sea ya la. C D. mayor que cada vna de las dos. A B. E Z. y sea la. A B. mitad de la. C D. y la. C D. sesquitercia dela. E Z. Pues porque delas q̄ la. A B. es dos de tales la. CD. quatro, y de quales la. CD. es quatro deta les la, E Z. tres. Luego de quales la. A B. es dos de tales la. E Z. tres, luego cōponense la razon dela. A B. a la. E Z. por el termino medio. C D, que es de dos a tres. De la misma manera tambien en mas, y en los casos q̄ restan. Y manifiesta cosa es que si de vna razon compuesta se quita vna qualquiera delas cōpuestas, echado vno de los simples se tomara la que resta de las compuestas.

Theorema. I. Proposicion. I.

¶ Los triangulos y los parallelogramos que estan debaxo de vna misma altura se han entre si como las bases.

Sean los triangulos. A B C. A C D. y los parallelogramos. E C. C Z. que esten debaxo de vna misma altura conuiene a saber, d la perpēdicular tirada desde la. A. asta la. B D. digo que como se ha la basis. B C, con la basis. C D. assi se ha el triangulo. A B C, al triangulo. A C D, y el parallelogramo. E C. al parallelogramo. C Z. Estiendase (por la, 2. peticion) la. D B. de vna y otra parte asta en los punctos. T. L, y (por la. 2. del primero) ponganse yguales ala basis. B C. algunas. B I, I T, y a la basis



basis.C D,otras tantas yguales.D K,K L,y tirense las lineas.A I,A T.A K.A L.y porque,C B.B I,I T.son yguales entre si,seran yguales tambien entre si los triangulos. A T.I.A I B.A B C.(por la.38 d.l.1.)luego q̃n multiplice es la basis T C.de la basis.B C.tã multiplice es el triangulo,A T C.del triãgulo.A B C.y por lo mismo quan multiplice es la basis.L C.dela basis.D C.tã multiplice es tãbien el triãgulo.A L C.del triangulo,A D C,y si es ygual la basis.T C.a la basis C L.tambien(por la,38,del.1.)sera ygual el triangulo.A T C. al triangulo.A L C,y si la basis,T C,excede ala basis,C L.tambien el triangulo.A T C.excede al triãgulo.A C L.y si menor menor(por la.6.definiciõ del.5.)luego a las quatro quantidades,dos bases,esto es.B C.C D,y dos triangulos esto es,A B C A C D.estã tomadas las ygualmẽte multiplices dela basis,B C y del triãgulo,A B C,la basis,T C,y el triãgulo,A T C,pero d̃ la basis.C D,y del triãgulo,A C D, otras algunas ygualmẽte multiplices q̃ es la basis,C L,y el triãgulo,A L C,y estad̃mostrado q̃ si excede la basis,T C,a la basis,C L,excede tãbien el triangulo,A T C,al triãgulo,A L C,y si ygnal ygual, y si menor menor,Luego como se ha la basis,B C,ala basis,C D,assi el triangulo, A B C,al triãgulo,A D C (por la,6,d̃finiciõ del,5,)y porq̃ (por la,41,del,1,el parallelogramo,E C,es duplo al triãgulo,A B C,y del triãgulo,A C D,es,por la misma, duplo el parallelogrãmo,C Z,y las partes de las ygualmẽte multiplices,por la,15,del,5,tienẽ la misma razon,luego como se hael triangulo,A B C,al triangulo,A C D, assi el parallelogrãmo E C,al parallelogrãmo, C Z,Pues porque estuuo claro que como la basis,B C,a la basis,C D,assi el triangulo, A B C,al triangulo,A C D,y como el triãgulo,A B C,al triãgulo.A C D assi el parallelogrãmo,E C, al pallelogrãmo,Z C,luego tãbiẽ

por

(por la.11.del.5.)como la basis.BC.a la basis.C D.assi el para lelo gramo,E C.al pallelogramo.Z C.luego los triangulos y los paralelogrãmos que està debaxo de vna misma altura se hã entre si como las bases, lo qual conuenia demostrarse.

Theorema.2. Proposicion.2.

¶Si fuere tirada algũa linea recta equidistãte a vno delos lados del triãgulo,corta pportionalmẽte los lados del triangulo.Y si los lados del triãgulo fuerẽ cortados proportionalmẽte,la linea recta q̃ abraça las diuisiones sera equidistãte al lado q̃ resta del mismo triãgulo

Tirese la linea.D E.palela al lado.B C.del triãgulo.A B C Digo q̃ como se ha la.BD.ala.D A.assi es la.CE.ala.EA.tirẽse B E.C D.luego(por la.37.dl.1.) ygual es el triãgulo.BDE.al triãgulo.C DE.por q̃ està enla misma basis.DE.y ẽ vnas mismas palelas.D E.BC.y es otro triãgulo ADE.ypor la.7.dl.5.las yguales tiene vna misma razõ avna misma,luego como se ha el triãgulo.B D E.al triãgulo.A D E.assi el triãgulo.C DE.al triãgulo.A D E.y como el triãgulo.B D E.al triãgulo A D E.assi es la.B D.ala. D A: porq̃ como estẽ dbaxo d vna misma altura,perpẽdicular esa saberdsde.E.sobre.AB.seran entre sicomo las bases,por la.1.del.6. y por tãto como el triangulo.C DE.al triangulo.A D E.assi.la.C E.ala.E A. luego tambien(por la.11.del.5.) como.B D.ala,D A.assi la.C.E.a la.E A. Pero cortense aora los lados.A B. A C.del triangulo.A B C. proportionalmente que como la.B D.ala.D A.assi la.C E.ala.E A.y tirese.DE. digo que es parallela la D E.

D E.a la . B C, porque dispuesto como antes, porque como la.B D.se ha cõ la.D A.assi la.C E.cõ la.E A.y como la. BD.a la.D A, assi el triãgulo.BDE.al triãgulo.A DE(por la.1.del.6.) y como la.C E.ala.E A.assi el triãgulo.CDE.al triãgulo.ADE (por la misma) (luego tãbiẽpor la.11.del.5.)como el triãgulo BDE.al triãgulo.ADE,assi el triãgulo.CDE.al triãgulo.ADE luego cada vno delos dos triangulos.B D E.C D E. tiene vna misma razõ con. A DE.(por la.9,del.5.)luego(por la misma) yguales el triãgulo,B D E.al triangulo.CD E. y estan en vna misma basis.D E.y los triãgulos yguales y q̃ estan en vna mis ma basis,tambien está en vnas mismas parallelas (por la.39. del.1. luego.D E.parallela es a la.B C. luego si fuere tirada al guna linea recta parallela avno delos lados deltriãgulocorta proporcionalmẽte los lados del triãgulo,y si los lados del tri angulo fuerẽ cortados proporcionalmente la linea recta q̃ a braça las diuisiones sera equidistante al lado que resta del mismo triangulo.Lo qual conuino demostrarse.

Theorema.3. Proposicion.3.

¶Si el angulo de vn triãgulo se diuidiere por medio,y la linea recta que diuide el angulodi uidiere tambien la basis,las partes de la basis tendrã vna misma razon a los demas lados dl mismo triangulo:y si las partes dela basis tu-uieren vna misma razõ a los de mas lados del mismo triangulo,la linea recta tirada desdeel puncto a la diuision diuide por medio el an-gulo del mismo triangulo.

Sea el triangulo.A B C.y(por la nona del primero) corte se por medio el angulo.B A C.con la linea recta,A D. digo q̃ como

como se ha la.B D.con la.C D. assi es la,B A.cō la,A C.Saquese(por la. 31. del.1.) por el puncto.C.la. C E.paralela a la.D A,y estendida la.B A.concurra con ella en.E.Y porq̃ sobre las parallelas.A D,C E,cayo la linea recta.A C.luego el angulo . A C E (por la.29.del,1.)es ygual al angulo.C AD y suponese que el angulo. B A D.es ygual al angulo,CAD,luego el angulo B A D,es ygual al angulo,A C E,Otrosi porq̃ sobre las parallelas.A D.E C.cayo la linea recta.B A E,(por la,28,del.1.)el angulo exterior.B A D.es ygual al angulo interior. A E C. y esta demostrado q̃ el angulo. A C E.es ygual al angulo.B A D luego tābiē el angulo.A C E,es ygual al angulo.A E C. por lo qual tambiē el lado.A E.es ygual al lado.A C(por la.6.del.1.) y porque al vn lado.E C.del triangulo.B C E.se tiro paralle-la la.A D,luego corta los lados.B.E. B C .proporcionalmente(por la,2.del.6.)luego como.B D.a la.D C.assi la.B A. a la A E.y es ygual la.A E.a la.A C.luego(por la.11.del.5.como se ha la.B D.a la.D C.assi se ha la.B A.a la.A C.Pero sea que como la.B D.a la.D C.assi la.B A a la.A C,y tire se la. A D. digo que con la linea recta.A D.es diuidido por medio el angulo B A C.Porq̃ dispuesto todo de la misma manera,porque como se ha la.B D.a la.D C.assi es la,B A.a la.A C. y assi como. D B.con.D C.assi la.B A.con la.A E(por la.2.del, 6.) porque al vn lado.E C.del triangulo.B C E,se tiro parallela la.AD.luego como la.B A.a la.A C.assi la.B A.a la.A E. Luego por la. 9,del.5.)la.A C.es ygual a la.E A.por lo qual tambien el angulo.A E C.(por la quinta del primero)es ygual al angulo,A C E.y por la.29,del.1.)el angulo.A E C.es ygual al exterior. B A D.y el angulo.A C E.es ygual al angulo.C A D.Luego.B A D.es ygual al angulo.C A D.luego el angulo.B A C. es diuidido por medio con la linea recta.A D.luego si el angulo de vn triāgulo se diuidiere por medio y la linea recta q̃ diuide al an

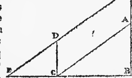
gulo

gulo diuidiere tãbien la basis, las partes dela basis tẽdrã vna misma razõ a los demas lados del mismo triãgulo. Y si las partes dela basis tuuierẽ vna misma razõ a los demas lados del mismo triangulo, la linea recta tirada desde el puncto a la diuision, diuide por medio el angulo del mismo triangulo. Lo qual se hauia de demostrar.

Theorema.4. Proposiciõ.4.

¶Los lados de los triangulos equiãgulos que abraçan yguales angulos sonproporcionales: y son de semejante razon los lados que se oponen a yguales angulos.

¶Sean los triãgulos de yguales angulos. A B C. D C E. q̃ tengã ygual el ãgulo. A B C, al angulo. D C E. y el ãgulo, B A C, al angulo, C D E, y el angulo, A C B, al ãgulo, D E C, Digo que son proportionales los lados delos triangulos, A B C, D C E, que abraçan yguales angulos, y que son de vna misma razõ los lados que estã opuestos a yguales angulos. Ponga se en linea recta la, B C. con la, C E, y porque los ãgulos A B C, A C B, son menores q̃ dos rectos (por la, 17, del, 1) y es ygual el angulo, A C B,



al angulo, D E C, luego los angulos, A B C, D E C, son menores que dos rectos, luego produzidas la, B A, y la, E D. vẽdrã a juntarse. juntense y vengan a tocarse enel puncto, Z, y porque (por la supposicion) es ygual el angulo, D C E, al angulo A B C, luego (por la, 28, del, 1,) es parallela la, B Z, a la. C D, Otrosi porque (por la supposicion) el angulo, A C B. es ygual al an

al angulo, DEC(por la,28,del,1,sera parallela la, A C.ala, Z E luego, Z A C D, es parallelogrãmo, luego ygual es la, Z A, ala D C, y la, A C, ala, Z D, y porque(por la segũda del,6,)se tiro la. A C. parallela al vn lado. Z E. del triangulo. Z B E. luego como se ha la. B A. a la. A Z. assi la. B C, a la. C E. y es ygual la. A Z a la. C D. luego(por la. 11. del. 5.)como se ha la. B A. a la. C D. assi la. B C. a la. C E. y al trastrocado(por la. 16. del. 5.)como la. A B. a la. B C. assi la. D C. a la. C E, Ytem porque. C D. es parallela a la. B Z. luego(por la. 2. del. 6.)como se ha la. B C. a la, C E. assi la. Z D. a la. D E. y es ygual la. Z D. a la. A C. luego como la B C. a la. C E. assi la. A C. a la D E. luego al trastrocado(por la 16. del. 5. como la. B C. a la. C A. assi la. C E. a la. E D. pues porq̃ esta demostrado q̃ como la. A B. a la. B C. assi la. D C. a la. C E y como la. B C. a la. C A. assi la. C E. a la. E D. luego por ygual (por la. 22. del. 5.)como la. B A. a la. A C. assi la, C D. a la. D E Y por tanto los lados de los triangulos equiãgulos que abraçan yguales angulos son proporcionales, y son de semejante razon los lados que se oponen a yguales angulos. Lo qual se huuo de demostrar.

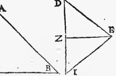
Theorema. 5. Proposicion. 5,

¶ Si dos triangulos tuuieren proporcionales los lados, seran triangulos equiangulos. y tendran yguales los angulos, a los quales se oponen lados de vna misma razon.

Sean los angulos. A B C, D E Z. que tengan los lados proporcionales, q̃ como se ha la. A B. cõ la. B C, assi la. D E. con la E Z. y como la. B C. cõ la. C A. assi la. E Z. cõ la. Z D, y tãbiẽ como la. B A. cõ la. A C. assi la. E D. cõ la. DZ. Digo q̃ el triãgulo A B C. es equiangulo al triãgulo. D E Z. y tendrã yguales los angulos a los quales se oponen lados de vna misma razon, esto es, el angulo. A B C. con el angulo, D E Z. y el angulo

BCA

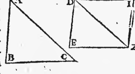
B CA.con el angulo.E Z D.y de mas desto el angulo . B A C. con el angulo.E D Z.hagase pues,por la.23.del.1, sobre la linea recta.E Z.y en el puncto suyo.E.el angulo. Z E I . ygual al angulo.A B C.y sobre el puncto.Z.el angulo.EZ I.ygual al angulo.A C B.luego(por la.32.del.1.)el angulo. B A C.que resta es ygual al angulo.E I Z.que resta.Luego es equiágulo el triangulo. ABC.al triágulo Z E I.luego los lados delos triangulos.A BC.E I Z.que comprehenden yguales angulos son proporcionales (por la.4. del. 6.) y son de vna misma razon los lados que se opponen a yguales angulos.Luego como se ha la.A B.con la.B C.assi la. I E. con la.E Z.y como la.A B.con la.B C.assi se presupone la.D E. cõ la.E Z.luego como la.D E.con la.E Z.assi la,I E.con la.E Z.luego cada vna delas dos. D E.I E.con la.E Z.tienẽ vna misma razon.luego(por la.9.del.5.)la. D E.es ygual a la . E I . y por tanto tambien la.D Z.es ygual a la.Z I. pues porque la. D E, es ygual a la.E I.y comun la.E Z.luego las dos. D E.E Z . son yguales a las dos.I E.E Z.y la basis.D Z.es ygual a la basis. Z E.luego el angulo.D E Z,por la.8.del.1.es ygual al angulo.IE Z.y el triangulo.D E Z,por la.4.del. 1.,es ygual al triangulo. I E Z.y los de mas angulos serã yguales a los de mas angulos debaxo delos quales se estiédẽ yguales lados.Luego el ãgulo D Z E.es ygual al ãgulo.I Z E.y el ãgulo.E D Z. al ãgulo.E I Z y porq̃ el ãgulo.Z E D.es ygual al ãgulo. I E Z.y el ãgulo.I E Z al angulo.A B C.luego tãbiẽ el ãgulo.A B C.es ygual al ãgulo. Z E D.y por el tãto tãbiẽ el ãgulo.A C B.es ygual al angulo, D Z E.Y demas desto el ãgulo del pũcto.A.y el del pũcto,D.luego el triãgulo.A BC.es equiãgulo al triãgulo. D E Z. luego si dos triãgulos tuuierẽ los lados proporcionales serã los triãgulos equiãgulos y tẽdrã yguales los angulos,a los quales se les oponen lados devna misma razõ, lo qual se auia de demostrar.



Theo-

¶ Si dos triangulos tuuieren el vn angulo ygual al vn angulo, y proporcionales los lados de junto a yguales angulos, feran equiágulos los triangulos, y tendran yguales los angulos debaxo de los quales fe eftiendē lados de vna mifma razon.

Sean los dos triangulos, A B C, D E Z, que tēgan ygual el vn angulo, B A C, al vn angulo. E D Z, y los lados de junto a yguales angulos, proporcionales que como B A, cō, A C, affi E D, con, D Z, Digo que el triangulo, A B C, es equiangulo al triangulo, D E Z, y tendra el angulo, A B C, ygual al angulo D E Z, y el angulo, A C B. al angulo, DZ E, Hagafe, por la, 23, del, 1, fobre la linea recta, D Z, y fobre el puncto, D, el angulo. Z D I, ygual a ca da vno delos dos, B A C, E D Z, y el angulo, D Z I, ygual al angulo, A C B, luego el angulo, B, que refta es ygual al angulo. I. que refta. Luego el triangulo. A B C. es equiangulo al triangulo. D I Z. luego han fe proporcionalmente que como la. B A. con la. A C. affi la. I D. con la. D Z (por la. 4. del. 6.) y efta recebido que como la. B A. con la. A C. affi la. E D. con la. D Z. luego tambien (por la. 11. del. 5.) como la. E D. con la. D Z. affi la I D. con la. D Z. luego (por la. 9. del. 5. la. E D. es ygual a la. D I. y cōmū la. D Z. Son pues yguales las dos. E D. D Z, a las dos I D. D Z y (por la fupoficiō) el āgulo. E D Z. es ygual al āgulo I D Z, luego la bafis. E Z (por la. 4. del. 1.) es ygual a la bafis. I Z



y el triangulo.D E Z.es ygual(por la misma)al triangulo.ID Z.y los demas angulos seran yguales a los demas angulos de bajo delos quales se estienden yguales lados,luego el angulo D Z I. es ygual al angulo.D Z E. y el angulo . I. ygual al angulo. E. Pero el angulo.D Z I.es ygual al angulo.A C B.luego el angulo.A C B.es ygual al angulo.D ZE.y esta admitido quel angulo,B A C.es ygual al angulo.ED Z.luego el angulo B.que resta es ygual alangulo.E.que resta,luego el triangulo A B C.es equiangulo al triangulo.DEZ,Luegosi dos triangulos tuuieren el vn angulo ygual al vn angulo,y proporciona les los lados dejunto a yguales angulos, seran equiangulos los triangulos y tendran yguales los angulos , debaxo delos quales se estienden lados devna misma razon,lo qual se ofrecio demostrarse.

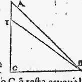
Theorema.7. Proposicion. 7.

¶Si dos tria ngulostuuiere elvn angulo ygual la vn angulo,y pporcionales los lados dejũto a los otros angulos,pero el vno y el otro juntamente delos que restan o menor ,o no menor que recto,seran equiangulos los triangulos y tendran yguales los an gulos, junto a los quales los lados son proporcionales.

❧Sean los dos triangulos.A B C.D E Z.que tengan el vnangulo ygual a vn angulo,conuiene a saber, el angulo.BAC. al angulo.E D'Z.pero proporcionales los lados de junto a los otros angulos. A B C.D E Z.de manera que como se ha.A B. con.B C.afsi.D E.con E Z.y ambos a dos juntamẽte los que estan enlos punctos.C.Z,quanto a lo primero mayores que recto.Digo quel triangulo.A B C.es equiangulo al triangulo DEZ

D E Z. y que sera ygual el angulo. A B C. al angulo. D E Z. y el angulo. C, que resta al angulo. Z. que resta Porque si es desigual el angulo. A B C. al angulo. D E Z. el vno dellos es mayor, Sea mayor el angulo. A B C. y por la. 23. del. 1. sobre la linea recta. A B. y en el puncto suyo. B. hagase el angulo. A B I. ygual angulo. D. E Z. y porque el angulo. A es ygual angulo. D. y el angulo. A B I. al angulo. D E Z. luego el angulo. A I B, q̃ resta es ygual al ãgulo. D Z E. que resta, luego el triangulo. A B I. es equiangulo al triãgulo. D E Z. luego por la. 4. del. 6. como se ha la. AB. con la. BI assi se ha la. D E. con la. E Z. y esta admitido q̃ como la. D E. con la. E Z. assi la. A B. con la. B C. luego por la. 1 1. del quinto, como se ha la. A B, con la. B C. assi la. AB. cõ la, B I. luego, por la. 9. del. 5, la. A B, tiene vna misma razon con cada vna de las dos. B C. B I. luego ygual es la. B C, ala. B I. por lo qual, por la 5. del. 1. tambien el angulo. B I C. es ygual alãgulo. B CI. y supõgase el angulo. C. menor que recto, luego el angulo, B I C. es menor que recto. Por lo qual por la. 13. del. 1. el angulo dela otra parte. A I B, es mayor que recto, y esta demostrado q̃ es ygual al angulo. Z. luego el angulo. Z. es mayor que recto, Pero supponese por menor querecto, lo qual es absurdo, luego el angulo. A B C. en ninguna manera es desigual al angulo. D E Z. y es ygual el angulo del puncto. A. al angulo. D. luego tambien el angulo, C. que resta es ygual al ãgulo. Z. que resta, por la. 32. del, 1, luego el triãgulo. A B C. es equiangulo al triãgulo DEZ. Otro si presupongase que el vno y el otro de los angulos. C, Z, no es menor que recto. Digo otra vez q̃ es tãbien equiãgulo el triãgulo. A BC. al triangulo. D E Z. porque estando dispuesto todo dela misma manera, semejãtemẽte demostraremos q̃. B C. es ygual ala. BI. por lo q̃l tãbiẽ el ãgulo. C. es ygual al ãgulo. BIC, y el ãgulo. C. noes menor q̃ recto luego ni

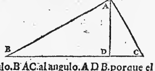
tãpoco es menor q̃recto el angulo.B I C.luego(por la.17.del .1.)los dos angulos del triãgulo.B I C.no son menores q̃dos rectos, lo qual es impossible. No luego otra vez es desigual el angulo.A B C.al angulo. D E Z.luego es ygual.Y es el angulo.A.ygual al angulo.D.luego el angulo.C.q̃ resta es ygual al restante.Z.luego el triãgulo.ABC.es equiãgulo al triãgulo D E Z. Luego si dos triãgulos tuuierẽ el vn ãgulo ygual al vn angulo y proporcionales los lados de junto a los otros angulos, pero el vno y el otro delos q̃ restã juntamente o menor, o no menor que recto, serã equiãgulos los triãgulos, y tẽdrã yguales los angulos, jũto a los quales los lados son proporcionales. Lo qual conuino demostrarse.



Theorema.8. Proposicion . 8.

¶Si enel triangulo rectãgulo se tirare vna perpendicular sobre la basis, desde el angulo recto, los triangulos de sobre la perpendicular, son semejantes al todo, y entre si.

Sea el triãgulo rectãgulo.A B C.q̃ tiene recto el ãgulo.B A C. y tirese(por la.12.del.1.)desde.A.sobre.B C.la perpendicular A D. Digo q̃ cada vno de los dos triangulos. A B D.A D C.es semejante a todo el triãgulo.A B C. y tãbien entre si. Porq̃ es(por la. 4.peticion)ygual el angulo.B A C.al angulo.A D B.porque el vno



vno y el otro es recto, y el angulo.B.es comun delos mismos dos triangulos.A B C.A B D.luego el angulo que resta.A CB es ygual al angulo que resta.B A D(por la.32.del.1.) luego el triangulo.A B C.es equiágulo al triangulo.A B D.luego(por la.4.del.6.)como se ha la.C B. oppuesta al angulo recto del triangulo.B A C.a la.B A.oppuesta al angulo recto del triangulo.B A D assi la misma.A B.oppuesta al angulo.C.del triágulo.A B C.a la.B D.oppuesta al angulo ygual.B A D,del triangulo mismo.A B D.y tambien la.A C.a la.A D. opuesta al angulo.B.comú delos dos triangulos.Luego el triangulo . A B C.es equiangulo al triágulo.A B D.(por la.7. del 6.)y tiene proporcionales los lados que estan junto a yguales angulos Luego el triangulo.A B C.es semejante al triangulo . A B D. (por la primera difinicion del sexto) Dela misma suerte demostraremos tambien que el triangulo.A D C . es semejante al triangulo, A B C.luego cada vno de los dos triágulos . A B D.A D C.es semejante a todo.A B C. Digo tambien que aun entre si son semejantes los triangulos. A B D.A D C, porque el angulo recto.B D A.es ygual al angulo recto.AD C(por la quarta peticion)y esta demostrado que tambien es ygual el angulo.B A D al angulo.C.Luego el angulo.B.que resta es ygual al angulo q̃ resta.D A C.luego el triangulo.A B D. es equiangulo al triangulo.A D C.luego como se ha la.BD.opuesta al angulo.B A D.del triangulo.A B D,cō la.D A. opuesta al angulo.C.del triangulo.A D C.ygual al angulo.B A D.assi la.A D.opuesta al angulo.B.del triangulo.A B D. con la.D C oppuesta al angulo.D A C.del triangulo.A D C. ygual al angulo,B.y demas desto la.B A,con la.A C.que estā oppuestas a los angulos rectos,Luego el triangulo.A B D. es semejante al triangulo.A D C.Luego si enel triangulo rectangulo se tirare vna perpendicular sobre la basis desde el angulo recto, los triangulos de sobre la perpendicular son semejātes al todo,y entre si.Lo qual conuino demostrarse .

Corelario.

¶De aqui es manifiesto que si en el triangulo rectangulo desde el angulo recto se tira vna perpendicular sobre la basis, la que es tirada es media proporcional a las partes dela basis: y de mas, desto el lado de jũto a la parte es medio proporcional entre toda la basis y la misma parte: que se hauia de demostrar.

Problema.1. Proposicion.9.

¶Dada vna linea recta, cortar vna parte que nos mandan.

❧Sea la linea recta dada. A B. conuiene de la misma. A B. cortar vna parte q̃ nos mandan. Mandese vna tercera parte, y tirese desde. A. la linea recta. A C. que haga con la. A B. angulo, y tomese enla. A C. vn puncto a caso, y sea. D. y hagase (por la.2. del.1.) la. D E. ygual a la. A D. y tambien la E C. y tirese. B C. y por el puncto. D. (por la,31. del.1.) tirese la. DZ. parallela ala. BC Pues porque al vn lado. B C. del triãgulo A B C. se tiro la. Z D. parallela, luego es proporcionalmẽte (por la.2. del.6.) q̃ como la. C D. cõ la. D A. assi la. B Z. cõ la. Z A y la. C D. es dupla a la. D A. luego tãbien es dupla la. B Z. a la, Z A. luego la. B A. es tripla a la. A Z, luego dada la linea recta. A B. se corto la tercera parte. A Z. que se mando. Lo qual conuino hazerse.

A
D
Z
E
C
B

Pro-

¶Dada vna linea recta no diuidida, diuidirla femejãtemẽte a vna linea recta dada cortada

Sea la linea recta dada no cortada. A B. y la cortada fea. A C, conuiene cortar la linea recta. A B. femejantemente a la linea recta cortada. A C. Sea la linea. A C. diuidida en los puntos. D. E. y eften pueftas de fuerte que hagã angulo qualquiera, y tire fe. B C. y por los punctos. D E. tiren fe. D Z. E I. parallelas. a la. B C (por la treynta y vna del primero) y por. D. faque fe. D T K. parallela a la. A B. (por la mifma) fera pues parallelogramo cada vno de los dos. Z T. T B. luego. D T. es ygual a la. Z I. y la. T K. a la. I B. Y porque al vn lado. K C. del triangulo. D K C fe tiro parallela la linea recta. T E. luego (por la fegunda del. 6.) fera proporcionalmente, que como la. C E. con la. E D. affi la. K T. con la T D. y la. K T. es ygual a la. B I. y la. T D. a la. I Z. Luego fera (por la fegunda del quinto) que como. C E. con la. E D. affi la B I. con la. I Z. Otro fi porque fe tiro la. Z D. parallela al vn lado. I E. del triangulo. A I E. luego es proporcionalmẽte (por la primera del. 6) que como la. E D. con la. D A. affi la. I Z. con la. Z A. y demoftrofe que como la. C E. con la. E D. affi la. B I. con la. I Z. luego fera que como la. C E. con la. E D. affi la. B I. con la. I Z. y como la. E D. con la. D A. affi la. I Z. con la. Z A. luego dada la linea recta no cortada. A B. cortofe femejantemente a la linea recta dada cortada. A C. Lo qual conuenia hazerfe.

Problema. 3. Propoficion. 11.

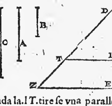
¶Dadas dos lineas rectas, hallar otra tercera proporcional.

Sean las dos lineas rectas dadas. B A. A C. y esten de manera que hagan angulo a caso. conuiene a las dos. B A. A C. hallarles vna tercera proporcional. Estiendanse la. B A. y la. A C. asta los punctos D. E. y ponga se la. B D (por la. 2. del. 1.) ygual a la. A C. y tirese. B C. y saque se la D E, por el puncto. D. (por la. 31. del. 1.) parallela con. B C. Pues porque se tiro la. B C. parallela al vn lado. D E. del triangulo, A D E. sera proporcionalmente (por la. 2. del 6.) que como la. A B, con la. B D. assi la. A C. con la. C E. y es ygual la. B D. a la. A C. Luego como se ha la. A B. con la. A C. assi la. A C. con la. C E. luego dadas las dos lineas rectas. A B. A C. se les hallo proporcional la tercera. C E. lo qual conuenia hazerse.

Problema. 4. Proposicion. 12.

Dadas tres lineas rectas hallar vna quarta proporcional.

Sean tres lineas rectas dadas. A. B. C. conuiene a estas A. B. C. hallarles vna quarta proporcional. Ponganse dos lineas rectas. D E. D Z. que contengan vn angulo a caso y sea. E D Z. y pongase (por la. 2. del. 1.) la. D I. ygual a la. A. y la. I E ygual a la. B. y tambien la, D T. ygual a la. C. y tirada la. I T. tire se vna parallela a ella por el puncto. E. y sea. E Z. (por la. 31. del. 1.) Pues porque se tiro



se tiro

se tiro la.l T.prallela alvn lado.E Z. del triágulo.DEZ.luego (por la.2.del.6.)como se ha.D l.cõ la.I E,assi la.DT.cõ la.TZ y es ygual la.D l.a la.A.y la.I E.a la.B.y la,D T.a la. C.luego como la.A.cõ la.B.assi la.C.con la.T Z.Luego hallose la quarta linea.T Z.proporcional a las tres lineas rectas dadas.A. B C.Lo qual conuenia hazer se.

Problema.5. Propositiõ.13.

¶ Dadas dos lineas rectas hallar vna media proporcional.

Seã dos lineas rectas.A B.B C.conuiene delas dos.AB BC hallar vna media proportional.Dispònganse en lineas rectas (por la.14.del.1.)y describase sobre la. A C. el medio circulo A D C.y saquese,por la onze del.1.desde el punto,B, la linea,B D,en angulos rectos sobre la linea,A C,y tirẽ se,A D D C.Porque, por la.31. del, 3, el angulo q̃ esta enel medio circulo que es.A D C.es recto, y porq̃ enel triágulo rectangulo,A D C,desde el angulo recto sobre la basis se tiro la perpdicular,D B,luego,por el corelario de la,8.dl,6, la linea.D,B,es media proporcional a las partes dela basis.A B,B C,luego dadas dos lineas rectas,A B.B C, se les hallo la media proporcional,D B,Lo qual conuino hazerse,

Theorema.8, Proposicion.14

¶ Son reciprocos los lados que estan junto a yguales angulos delos parallelográmos yguales y q̃ tienen el vn angulo ygual alvn angulo: y en los parallelogramos que tienẽ elvn angulo ygual al vn angulo y sus lados son reciprocos,tambien ellos son yguales entre si.

Sean

Sean los parallelogrãmos yguales, A B, B C, que tengan yguales los angulos de junto a la, B. y ponganse, por la. 14, del primero, en lineas rectas. D B. B E. luego tambien estan en lineas rectas. Z B. B I, por la, 15. del, 1, Digo que son reciprocos los lados de los dos. A B, B C, que estan junto a yguales angulos, esto es, q̃ como se ha la. B D con la, B E, assi es la, I B, con la. B Z. cũpla se el parallelogrãmo Z E, pues porq̃ (por la supposiciõ) es ygual el pallelográmo. A B, al parallelogrãmo, B C, y es vn otro, Z E, luego, por la, 7 del, 5, sera que como, A B, con, Z E, assi, BC, con, Z E, y como A B, con, Z E. assi, D B, con, B E, y como, B C, con, Z E, assi, I B con, B Z, luego, por la, 1, del, 5, como, D B, con, B E, assi, I B, cõ B Z. luego los lados de los dos parallelogramos, A B, B C, q̃ estan junto a yguales angulos son reciprocos,

Pero sean reciprocos los lados q̃ estan junto a yguales angulos, y sea q̃ como, D B, con, B E, assi, I B, con, B Z, Digo que es ygual el parallelogramo, A B, al parallelogrãmo, B C, Porq̃ como se ha, D B, con, B E, assi, I B, con, BZ, y tābiencomo, DB cõ, B E, assi, por la, 1, del, 6, el parallelogramo, AB, con el parallelogramo. Z E. y comō. I B. cō. B Z. assi el parallelogramo. B C. cō el pallelogramo. Z E, luego (por la. 11. del. 5.) como. A B, cō. Z E. assi. B C. con Z E. luego ygual es el pallelogrāmo. A B al pallelogrāmo. B C. luego los lados de yguales y equiangulos parallelogrāmos son reciprocos, los quales estan junto a yguales angulos. Y los parallelogramos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y sus lados son reciprocos tambien ellos son yguales entre si. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 10 Proposicion. 15,

¶ Son reciprocos los lados q̃ estã jũto a yguales ãgulos delos triãgulos yguales y q̃ tienẽ el

vn angulo ygual al vn águlo: y los triágulos q̃ tiené el vn angulo ygual al vn angulo, y sus lados sõ reciprocos, tãbié ellos sõ yguales ẽtre si.

Seã yguales los triãgulos. A B C. A D E. y q̃ tẽgã el vn angulo ygual al vn ãgulo, esto es, el angulo. B A C. ygual al angulo D. A E. Digo q̃ los lados q̃ estã junto a yguales angulos de los dos triãgulos. A B C. A D E. son reciprocos, cõuiene a saber q̃ como se ha. C A. cõ A D. assi. E A. cõ. A B. Põgãse, por la. 14. del 1, en lineas rectas. C A. cõ. A D. Luego en derecho esta. E A. cõ A B. y tirese la linea. B D. Pues porq̃ (por la suppositiõ) el triãgulo. ABC es ygual al triãgulo. A DE. y es vn otro. BAD. Luego (por la. 7. del 5.) sera q̃ como el triãgulo. A C B. se ha cõ el triãgulo. ABD. assi el triãgulo A E D. cõ el mismo triãgulo. AB D y como el triãgulo. A BC, cõ el triãgulo. A B D. assi la. C A. cõ la. A D. por la. 1. dl. 6, y tãbiẽ, por la misma como el triãgulo. E A D. con. B A D. assi la. E A. cõ la. A B. luego (por la. 11. del. 5.) como la. C A. a la. A D. assi la. E A. a la. B A luego son reciprocos los lados q̃ estan junto a yguales angulos de los triangulos. A B C. A D E. Pero sean reciprocos los lados de los dos triangulos. A B C. A D E. y sea que como se ha. C A. con. A D. assi la. E A. con la, A B. digo que es ygual el triangulo, A B C. al triangulo. A D E. Porque tirada otra vez B D. porque como se ha la. C A. con la. A D, assi la. E A. con la A B. Y como se ha la. C A. con la. A D, assi el triangulo. A B C. con el triangulo. B A D. y como la. E A con la. A B. assi el triangulo. E A D. con el triangulo. B A D. luego como el triangulo. A B C. con el triangulo. B A D. assi el triangulo. E A D. cõ el triãgulo. B A D, luego cada vno delos dos. A B C, E A D tiene vna misma razõ cõ, B A D, luego, por la. 9, dl, 5, ygual es el triãgulo. A B C, al triãgulo. E AD, Luego son reciprocos los lados.

lados q̃ estan junto a yguales angulos delos triangulos yguales y que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y los triágulos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y sus lados sõ reciprocos, tambien ellos son yguales entresi. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema.11. Proposicion.16

¶Si quatro lineas rectas fueren proporcionales, el rectangulo comprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al comprehendido debaxo delas dos medias: y si el rectangulo cõprehendido debaxo de las extremas fuere ygual al que se contiene debaxo delas de é medio las q̃tro lineas rectas serã proporcionales

Sean quatro lineas rectas proporcionales, B A. C D. E, Z. que como la. A B. a la. C D, assi la. E. a la. Z. digo que el rectangulo comprehendido debaxo dela. A B. y dela. Z, es ygual al rectangulo que se contiene debaxo dela. C D. y de la. E. Porq̃ saquense (por la. 11. del. 1.) desde los punctos. A. C. en angulos rectos sobre, A B. C D. lineas rectas las dos. A I, C T. y ponga se (por la. 2, del. 1.) la. A I. ygual a la. Z. y la. C T. ygual a la. E. y cumplan se los parallelogrammos, I B. T D. y porque como se ha la A B. cõ la. C D. assi es la, E. cõ la, Z. y es ygual la, E. a la. C T y la. Z. a la. A I. luego sera q̃ como la A B, cõ la. C D. assi. C T, cõ la. A I, luego (por la. 14. del. 6.) los la dos delos parallelogrãmos. B I. D T. son reciprocos, q̃ estan junto a yguales angulos, y de los parallelogrammos equiangulos

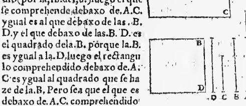
angulos cuyos lados son reciprocos q̃ estan jũto a yguales angulos, ellos tãbien son yguales, luego el parallelogrãmo. B I. es ygual al parallelogramo. D T. y es el parallelogramo. B I. el q̃ se comprehende debaxo dela. A B. y dela. Z. porq̃ la. A I. es ygual a la. Z. y el parallelogramo. D T. es el que se cõprehẽ de debaxo dela. C D. y dela. E. porq̃ es ygual la. C T. a la. E. luego el rectãgulo cõtenido debaxo dela. A B. y dela. Z. es ygual al rectangulo q̃ se contiene debaxo dela. C D. y de la. E. Pero sea ygual el rectangulo q̃ se comprehende debaxo de la. A B y de la. Z. al rectangulo q̃ es cõprehendido debaxo de la. C D y de la. E. Digo que las quatro lineas rectas seran proporcionales, que como se ha la. A. B. cõ la. C D. assi la. E. cõ la. Z. Por q̃ hechas las mismas cosas por q̃ el q̃ es cõprehẽdido ďbaxo de la. A B. y dela. Z. es ygual al que es cõprehendido debaxo de la. C D. y dela. E. y el q̃ debaxo dela. A B. y dela. Z. es el rectangulo. B I. porque la. A I. es ygual a la. Z. y el que debaxo ď la. C D. y dela. E. es el rectangulo. D T. porque es ygual la. C T. a la. E. luego. B I. es ygual al rectangulo. D T, y son equiangulos. Y son reciprocos los lados q̃ estan junto a yguales angulos de los parallelogramos yguales y equiangulos (por la 14. del. 6.) luego sera (por la. 10. del, 5.) q̃ como la. A B. a la. C D. assi la. C T. a la. A I. y es ygual la. C T. a la. E. y la. A I. a la. Z, luego sera que como la. A B. con la. C D. assi la. E. cõ la. Z, Luego si quatro lineas rectas fueren proporcionales, el rectangulo cõprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al rectangulo cõprehendido debaxo delas dos de en medio. Y si el rectangulo cõprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al rectangulo comprehendido debaxo de las dos de en medio, las quatro lineas rectas serã proporcionales, lo qual conuenia demostrarse.

Theorema. 12. Proposiciõ. 17.

¶ Si tres lineas rectas fueren proporcionales, el rectangulo q̃ es comprehẽdido debaxo de

las extremas esygual al quadrado quese haze dela de en medio: y si el rectangulo que es cõtenido debaxo de las extremas fuere ygual al quadrado dela de en medio, las tres lineas rectas seran proporcionales.

Sean tres lineas rectas proporcionales. A.B.C. que como la.A.con la.B.assi la.B.con la.C.Digo que el rectangulo comprehendido debaxo de las dos, A.C, es ygual al quadrado de la.B.Põgase(por la.2.del.1.)la linea.D.ygual ala.B.y porque (por la suppoficion)como se ha la.A.con la.B.assi la.B.con la.C,y es ygual la.B.a la.D.luego(por la.7.del.5.)como la.A.cõ la.B.assi la.D.con la,C.Y si quatro lineas rectas fuerẽ proporcionales el rectangulo comprehendido debaxo de las extremas es ygual al rectangulo que se contiene debaxo de las de en medio(por la,16.del,6.)luego el que se comprehende debaxo de.A.C. ygual es al que debaxo de las.B. D.y el que debaxo de las.B. D.es el quadrado dela.B. porque la.B. es ygual a la.D.luego el rectangulo comprehendido debaxo de.A. C es ygual al quadrado que se haze de la.B. Pero sea que el que es debaxo de.A.C. comprehendido



sea ygual al quadrado de la.B.Digo que sera qne como la. A ala.B.assi la.B.a la.C. Porque hechas las mismas cosas, porq̃ el rectangulo de la.A.y de la.C.es ygual al quadrado de la.B. y el quadrado de la.B.es el que debaxo d la.B.y de la.D.porq̃ es ygual la B.a la.D.luego el q̃ es cõtenido debaxo de la, A.y de la.C.es ygual al q̃ debaxo dela.B.y dela.D.y si el q̃ debaxo delas extremas fuere ygual al que debaxo delas de en medio

las qua

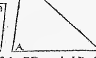
las quatro lineas rectas son proporcionales (por la.16.del.6.) luego como se ha la.A.con la.B.assi la.D.con la.C, y es ygual la.B, a la.D.luego como la.A.cō la.B.assi la.B.cō la.C. Luego si tres lineas rectas fuerē proporcionales el rectāgulo cōprehendido debaxo de las extremas es ygual al quadrado de la de en medio, y si el rectāgulo que es comprehēdido debaxo delas extremas es ygual al quadrado dela de ē medio, las tres lineas rectas serā ꝑporcionales. Lo qual cōuenia demostrar.

Problema.6. Proposicion.18,

¶De vna linea dada recta describir vn rectilineo semejante y semejantemente puesto a vn rectilineo dado.

Sea la linea recta dada.A B.y el rectilineo dado.C E.conuiene hazer de la linea recta dada.A B.vn rectilineo semejante al rectilineo.C E.y semejantemente puesto. Tirese la linea D Z.y hagase (por la.23.del.1.) sobre la linea recta: A B. y sobre los punctos en ella. A .B.el angulo.ΓAB. ygual al angulo.ZCD.y el angulo.A B I.ygual al angulo · C D Z. luego el angulo.DZC q̃ resta es ygual al angulo. A B I. luego el triangulo.C Z D es equiāgulo al triangulo.I A B (por la.4.del. 6.) luego es proporcionalmente, que como se ha.Z D.con la.I B.assi.Z C.con la.I A.y la.C D.cō la.A B.Otro si hagase (por la.23.dl.1. sobre la linea recta.B I.y sobre los punctos en ella.B.I. el angulo.B I T.ygual al angulo.D Z E.y el angulo.I B T.ygual al angulo.Z D E.luego el angulo.E.q̃ resta es ygual al āgulo. T. que resta, luego el triāgulo.Z D E.es equiangulo al triangulo I B T





I B T.luego sera proporcionalmente q̃ como se ha la.Z D.cõ I B.assi la.Z E.con la.I T.y la.E D.con la.T B.(por la.4.del.6) y esta demostrado que como la.Z D,cõ la.I B.assi la.Z C.con la.I A.y la.C D.cõ la.A B.luego(por la.11. del,5.) como se ha C Z.con la.A I.assi la.C D.con la.A B.y la.Z E.cõ la.I T.ytam bien la.E D.con la.T B.Yporque es ygual el angulo.C Z D.al angulo.A I B,y el angulo.D Z E.al angulo.B I T. luego el angulo todo.C Z E.es ygual al angulo todo.A I T.y por lo mismo tãbien el angulo.C D E.es ygual al angulo. A B T.y es tãbien el angulo.C.ygual al angulo.A.y el angulo. E .al angulo T.luego.A T.es equiangulo al mismo.C E. y tiene proporcionales a el los lados que estan junto a yguales angulos.Luego (por la.1.definiciõ del,6.)el rectilineo.A T.es semejante al rectilineo.C E.luego de vna linea recta dada.A B. esta descrito el rectilineo.AB.semejante y semejãtemente puesto al rectilineo.C E.lo qual conuenia hazer se.

Theorema.13. Proposicion. 19

¶Los triangulos semejãtes entre si estã en dupla razon de los lados de semejante razon .

Sean los triangulos.A B C.D E Z.semejantes,y que tẽgan ygual el angulo.B.al angulo.E.y que como se ha.A B.con.BC assi,D E.cõ E Z,de manera q̃.B C.y.E Z.sean de semejante razon. Digo que el triangulo. A B C. al triangulo,D E Z. tiene doblada razõ que.B C.a la.E Z. Tome se(por la.11.del,6.)a la, B C,y a la.E Z.vna tercera proporcional.B I. de suerte q̃ se hayan q̃ como la. B C. con la.E Z. assi la.E Z . con la.B I.y tire se la A I.Pues porque se han q̃ como la,A B.con la,B C,assi la.D E cõ



la.EZ

la.E Z.luego al trastrocado(por la.16.dl.5.)como la,AB cōla D E.assi la.B Ccōla .E Z.y como la.B C.cō la.E Z. assi es,E Z. cōla.B I.luego(por la.11.del.5)como la.A B.cō la.D E,assi la. EZ.cōla.B I.luego.(por la.15.del.6.)los lados delos triāgulos A BI.D E Z. son reciprocos q̄ estā junto a yguales angulos. Y los triangulos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y sus lados son reciprocos,tambien ellos son yguales entre si por la misma.)luego el triangulo.A B I.es ygual al triangulo D E Z.Y porque es que como se ha.BC.con la.E Z.assi la.E Z con la.B I.y si tres lineas rectas fuerē proportionales. La primera ala tercera tendra doblada razon que ala segunda,luego la.B C.ala.B I.tiene doblada razon que ala E Z.(por la.10 definiciō del.5.)y como se ha la.B C.con la.B I.assi el triangulo.A B C.con el triangulo.A B I.(por la.1.del.6.)luego el triāgulo.A B C.tiene al triangulo.A B I.por la misma definicion doblada razon que la.B C.ala.E Z.y es ygual el triangulo.A-B I.al triangulo.D E Z.luego tambien el triangulo,A B C. al triangulo.D E Z.tiene doblada razon que la.B C.ala.E Z.luego los triangulos semejantes entre si.estan en doblada razon delos lados de semejāte razon,lo qual cōuenia demostrarse.

Corolario.

¶ De aqui es manifiesto que si tres lineas rectas fueren proporcionales como se ha la primera cō la tercera,assi el triangulo de la primera con aquel triāgulo que es semejāte y semejantemente descripto dela segunda. Porq̄ esta demostrado que como la.C B.con la. B I assi eltriangulo.A B C.con el triangulo. D E, Z.lo qual conuenia demostrarse.

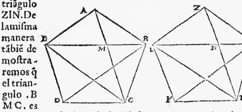
Theorema.14. Proposicion.20.

¶ Semejantes poligonos se diuiden en semejā tes triāgulos y yguales en numero, y en semejā te razon con los todos, y el poligono al poligo no tiene doblada razon que el lado de semejā te razō allado de semejante razon.

☙ Sean semejantes los poligonos. A B C D E. Z I T K L. y sea A B. de semejante razō a la. Z I, Digo q̄ los poligonos. A B C D E. Z I T K L. se diuiden en triangulos semejantes y yguales en numero, y en semejante razō con los todos, y el poligono A B C D E. tiene doblada razō al poligono. Z I T K L, de la q̄ tiene. A B. a la. Z I. Tirense. B E. E C. I L. L T. Porq̄ el poligono A B C D E (por la suposicion) es semejante al poligono. Z I T K L. es ygual el angulo. B A E. al angulo. I Z L. y habranse que como la. B A. con la. A E. assi la. I Z. con la. Z L. Pues porq̄ son los dos triangulos. A B E. Z I L. que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y proportionales los lados de junto a yguales angulos. Luego (por la. 6. del. 6.) el triangulo. A B E. es equia n gulo al triangulo. Z I L. por lo qual tambien semejante. y es ygual tambien el angulo. A B E. al angulo. Z I L. y todo el angulo. A B C. es ygual a todo el angulo. Z I T. por la semejança de los poligonos. Luego el angulo que resta. E B C. es ygual al angulo que resta. L I T. Y porque por la semejança de los dos triangnlos. A B E. Z I L. es que como se ha la. E B. con la. B A. assi la. L I. con la. I Z. y tambien por la semejança delos poligo nos es que como se ha la. A B. con la. B C. assi la. Z I. con la. I T luego por ygual (por la, 22. del. 5) sera que como la. E B. con la B C. assi la. L I. con la. I T. y los lados son proportionales que estā jūto a los yguales āgulos. EBC. LI T. luego, por la. 6. del. 6 es equiangulo el triangulo. E B C. al triangulo. L I T, por lo q̄l tambien el triangulo, E B C, es semejante al triangulo, L IT, y por esso tambien (por la. 1, difinicion del, 6,) el triāgulo, ECD, es semejante al triangulo. L T K. luego los poligonos. A B C, D E. Z I T K L. estan diuididos en semejantes triangulos y y-

guales

guales en numero. Digo otrosi que son de semejante razon con los todos, esto es, que son proporcionales y antecedentes. A B E. E B C. E C D. pero cōsequentes de ellos. Z I L. L I T L T K. y que el poligono. A B C D E. con el poligono. Z I T K L tiene doblada razon que el lado de semejante razon con el lado de semejante razon, esto es, que. AB. con. Z I. Tirése. A C Z T. y porque por la semejança de los poligonos es ygual el angulo. A B C, al angulo. Z I T. y es que como se ha. A B. con B C. assi la. Z I, con. I T. luego el triangulo. A B C. (por la. 6. del 6.) es equiangulo al triangulo. Z I T. luego es ygual el angulo B A C. al angulo. I Z T. y el angulo. B C A. al angulo. I T Z. y por que es ygual el angulo. B A M, al angulo. I Z N. y esta demostrado que el angulo. A B M. es ygual al angulo. Z I N. luego el angulo que resta. A M B. es ygual al angulo que resta, Z N I luego (por la. 6. del. 6.) el triangulo, A B M. es equiangulo al triãgulo Z I N. De la missma manera tābiē de mostraremos q̄ el triangulo. B M C. es



equiangulo al triangulo. I N T, luego es proporcionalmente (por la. 3. del. 6.) que como se ha la. A M. con la. M B. assi la. Z N. con la. N I. Pero como. B M con, M C. assi. I N. con N T. por lo qual por ygual (por la, 22. del. 5,) como se ha la. A M. cō. M C, assi. Z N. cō. N T. y como la. A M. cō la. M C. assi el triãgulo A B M. cō el triangulo. MB C. y el. A M E. cō el. E M C, porque son entre si missmos como las bases (por la. 1. del. 6.) y como vno d los antecedétes a vno delos cōseqnētes (por la. 12. del. 5 assi todos los antecedétes a todos los cōseqnētes. Luego por la cōuersiō dela. 1. definiciō del. 6. como se ha el triãgulo. A M B

P 2 con el

cõ el triãgulo.E M C.assi. A E B.con.C B E.y assi como. A MB con.B M C assi. A M.con, M C,luego,por la.11.del.5.comola A M.con la.M C.assi.el triangulo A B E.con el triangulo.EB C.y por tanto como.Z N cõ.N T. assi el triangulo.Z I L,con el triangulo.I L T.luego es que como se ha la.AM.con la.M C.assi.Z N.con.N T.luego tãbiẽ,por la.11.del.5. como el triãgulo.A B E.con el triãgulo.B E C.assi el triãgulo.Z I L.cõ el triãgulo.I L T.y al trastrocado,por la.16.del.5.como el triãgulo.A B E.con el triangulo.Z I L.assi el triangulo.B E C.cõ el triangulo.I L T.Tambien demostraremos dela misma manera,tiradas.BD.I K.que tambien como el triangulo.E B C. con el triangulo.L I T.assi el triangulo.E.C D. con el triangulo,L T K.Y porque es que como se ha el triangulo.A B E, con el triangulo,Z I L.assi el triangulo.E B C.con el triangulo.L I T.y tambien el triangulo,EC D.con el triangulo.L T K luego tambiẽ,por la.12.del quinto,como vno delos antecedentes a vno delos consiguientes. assi todos los antecedentes a todos los consiguientes,luego como se ha el triangulo A.B E.con el triangulo.Z I L.assi el poligono.A.BC D E.con el poligono.Z I T K L.Pero el triangulo,A B E. al triangulo Z I L.tiene doblada razon,que.A B.lado de semejante razon a Z I,lado de semejante razon,porque los triangulos semejãtes estan en doblada razon,delos lados de semejante razon por la.19.del.6.luego tãbien el poligono.A B C D E.tiene doblada razon al poligono.Z I T K L.que la.A B.lado de semejante razon a la,Z I. lado de semejante razon,Luego semejãtes poligonos se diuiden en semejantes triangulos,y yguales en numero,y en semejante razon con los todos, y el poligono al poligono tiene doblada razon que el lado de semejãte razõ al lado de semejãte razõ,lo qual cõuenia demostrar &c

Primer corelario.

Por tanto vniuersalmente es manifiesto q̃ las figuras semejantes rectilineas entre si estã en du-

dupla razon de los lados de ſemejante razon Y ſi de las dos.A B.Z I.tomamos otra proportional.x.lamiſma.AB a la..X.tiene dupla razon q̃ la.A B. a la. ZI, pero tiene tambien el poligono o quadrilatero al quadrilatero dupla razon q̃ el lado de ſemejante razon al lado de ſemejãte razõ, eſto es.A B, a la.Z I.y eſto vioſe enlos triãgulos .Y tambien ſemejantemẽte ſe demoſtrara enlos quadrados ſemejantes q̃ ſon en dupla razon de los lados de ſemejante razon: y vioſe tambien en los triangulos.

Segundo corolario.

Por tanto tãbien vniuerſalmente es manifieſto que ſi tres lineas rectas, fueren proporcionales ſera que como la primera a la tercera, aſſi la figura que es deſcrita dela primera a la q̃ de la ſegunda ſemejante, y ſemejantemente.

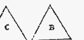
En otra manera y mas facil mente demoſtraremos ſer los triangulos de ſemejante razon.Haganſe otra vez los poligonos A B C D E.Z I T K L. y tiren ſé.B E.E C.I L.L T. digo que como ſe ha el triangulo, A B E.con.Z I L, aſſi, E B C.con . L I T. y tambien.C D E.con.T K L.porque es ſemejante el triangulo.A B E.al triangulo.Z I L.luego(por la dezinueue del.6.) el

triangulo.A B E.tiene dupla razon al triangulo. Z I L.que la B E.a la.I L.y por tanto tambien el triangulo.B E C. al triangulo, I L T.tiene du pla razõ que el lado. B E. al lado I L.Luego sera quecomo el triangulo.AB E,al triangulo.Z I L,assi el triangulo. B E C.al triangulo ,I L T . O trosi porque el triãgulo . E B C. es semejante al triãgulo.L I T.luego.E B C.tiene al triangulo.L I T.dupla razon que la recta linea C E.a la recta linea.TL. y por esta causa tambien el triangulo.E C D.tiene doblada razon al triangulo.LTK que la.C E.a la.TL luego sera que como el triangulo.B E C.al triangulo.I LT. assi.C D E.al triangulo LTK. y viose que como.E B C.con.LIT. assi.A B E.con.Z I L.luego tambien por la.11,del.5.como,A B E,con Z I L,assi,B E C, cõ I L T,luego tambiẽ(por la.12.del.5.) como vno de los antecedentes a vno de los cõsequentes, assi todos los antecedentes a todos los consequentes,y lo de mas como en la primera demostracion.Lo qual conuenia demostrar.

Theorema.15. Proposicion.21.

¶Los que a vn mismo rectilineo son semejantes,son semejantes entre si.

Sea el vno y el otro delos dos rectilineos . A B.semejãte al rectilineo C.digo que tambiẽ, A.es semejãnte a.B.porquees



semejãte el rectilineo,A alrectilineo.C,sera le tãbien equiãgulo (por la cõuersion dela.1.definicion del.6.)y tendra proporcionales los lados q̃ estan jũto a yguales angulos, Yten porq̃

B.es femejante al rectilineo.C.luego es equiágulo a el,por la misma,y tiene proporcionales los lados que estan junto a yguales angulos.Luego cada vno de los dos,A.B. es equiangu lo a. C,por la.6.del.6,y tiene proporcionales los lados que estan junto a yguales angulos.Por lo qual,por la misma,tam bien.A.es equiangulo. a B.y tiene proporcionales los lados de junto a yguales angulos.luego.B.es femejante a.A.loqual conuenia demostrar.

Theorema. 16. Proposicion.22.

¶ Si quatro lineas rectas fueren proporciona les,tambien los rectilineos que se hazẽ de e-llas semejantes y semejantemente descritos, seran proporcionales:y si los rectilineos de e-llas fueren proporcionales, tambien las mis-mas lineas rectas seran proporcionales.

Sean quatro lineas rectas.A B.C D.E Z.I T. que como la A B.con la,C D.assi la.E Z.con la.I T.y haganse,por la.18,dl sexto,dela.A B.y dela.C D los rectilineos. K A B. L C. D.femejantes,y femejante mente puestos,y delas dos E Z.I T, por la misma, los rectilineos, M Z,N T, fe-mejátes y femejãtemẽte pu estos Digo q̃ como se ha,K A B,cõ.L C D assi es, M Z. con. N T.Porque tome se, por la,11,del.6.vna tercera ꝓporcional.X. de las dos, A B.C D. y vna tercia proporcional. O. de las dos.E Z, I T. y porque es que como la. A B. cõ la.C D.assi la.E Z.cõ la, I T y como la.C D.a la.X.assi la.I T.cõ lá.O.luego por ygual,por

la.22.del.5.)como la.AB.ala.X,asi la.E Z.ala.O. Pero como la A B,ala.X.asi. K A B.cō,LCD(por el corelario.2.dela.20. del.6.)luego como la.E Z.ala.O.asi.M Z.cō.N T.Pero sea q̃ como.K A B.cō.LCD.asi.M Z.cō.NT.digo q̃ sera q̃ como. A B.cō CD.asi.E Z,con,I T.porq̃ hagase (por la.22.del.6.)q̃co mo la.A B.cō la.C D.asi la.E Z.con.P R.y describase (por la 8,del.6.)dela.linea P R.el.S R.semejante y semejantemēte dſ cripto a cada vno delos dos.MZ.NT.Pues porque es que co mo,A B,con.C B.asi.E Z.con.P R.y se han hecho de las dos A B C D.los,K A B.L C D.semejantes y semejantemēte pue stos,y delas dos.E Z. P R , los semejantes y semejantemente puestos,M Z.S R.luego sera que como.K A B.con.LC D.asi M Z.cō.S R.y como K A B.cō.L C D.asi.M Z.cō.N T. luego tābiē(por la.11.del.5.como,M Z.cō.S R,assi.M.Z.cō.N T.lue go (por la.9.del.5.)Z M,tiene vna misma razō con cada vno delosdos.N.T.S R.luego ygual es.N T.a.S R.y es le semejāte y semejantemēte puesto,luego.I T.es ygual a.P R.Y porq̃ es como.A B.ala,C D.asi.E Z.cō.PR,yes ygual.PR,ala.I T.lue go sera que como.A B.cō. C D.asi.E Z.con.I T.Luego si qua tro lineas rectas fuerē proportionales,tambien los rectiline os que son hechos dellas semejantes y semejantemente des-criptos seran proportionales,y si los rectilineos hechos de-llas semejantes y semejantemente hechos fueren proportio nales,tambien las mismas lineas rectas seran proportiona-les,lo qual conuino demostrarse.

¶Lemma.

¶Empero q̃ si los rectilineos fueren yguales y semejantes los lados suyos de semejante razō serā yguales ētre si, demostrarlo hemos asi.

❧Sean yguales y semejantes los rectilineos.N T.S R.y sea que como. T I.cō.I N,asi,P R.con.P S.digo que es y gual la. R P.ala.I T.porque si son desiguales, la vna dellas sera ma-yor,sea mayor.P R.que.T I.y porque es como.R P.con. P S

asi:

afsi.T I.con.I N.luego tābien al traſtrocado,por la.16. del. 5, como.R P.con.T I.afsi.P S.con.I N y es mayor la.P R.que la T I.luego mayor es.P S.que la.I N.por lo qual tambien.R S. es mayor que.T N,y es tambien ygual,por la ſuppoſicion,lo qual es impoſſible.Luego.P R. en ningũa manera es deſigual a la.T I.Luego ſera ygual,lo qual conuino demoſtrarſe.

Theorema.17. Propoſicion.23,

¶Los parallelogramos equiágulos tienen entre ſi la razon compueſta delos lados.

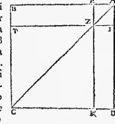
Sean los paralelogramos equiangulos.A C.C Z, que tengan ygual el angulo B C D.al angulo.E C I.digo que el paralelogramo.A C al paralelogramo.C Z . tiene la razon compueſta delos lados,eſto es de aquella que tiene.B C.con C I.y de aquella que tiene.DC.con.C E.porque pongaſe,por la.14 del.1.de manera que eſte en linea recta.B C.cõ.C I.luego,por la miſma.D C.eſta con . C E.en linea recta,Cumplaſe el parallelogrãmo,D I.y pongaſe vna linea recta.K.y hagaſe,(por la.12.del.6 .) que como la.B C.ala.C I.aſsi la.K. ala.L.y que como la. D C.ala. C E aſsi la.L.ala.M.luego las razones de la.K.ala.L.y dela.L.ala.M. ſon vnas miſmas alas razones delos lados,B C.ala.C I.y dela.D C.a la.C E.Pero la razon dela,K,ala,M, ſe compone dela razon dela.K, ala, L.y dela.L,ala,M,porlo qual tambien la,K,ala M,tiene la razon compueſta delos lados,y por que es que como,B C,con,C I,aſsi el paralelogramo, A C,al parallelogramo C T,por la,1,de,6,y como.B C. con. C I.aſsi K.con.L,Luego tambien(por la onze del.5.)como la.K.cõ la L . aſsi

L.assi.A C.con C T.Otro si porque es que como.D C.cō.C E. assi el parallelogrãmo.C T.con el parallelogramo.C Z.y assi como,D C,con.C E.assi.L.cō.M. Luego(por la misma)como L.con.M.assi el parallelogrãmo.C T.con el parallelogramo. C Z.Pues porq̃ esta demostrado que como la.K.con la.L. assi el parallelogramo.A C.con el parallelogrãmo.C T. Y como la L con la.M.assi el parallelogrãmo.C T.con el parallelogrã mo. C Z. luego por ygual(por la.22.del.5.)como la.K. con la M.assi el parallelogramo.A C.con el parallelogrãmo. C Z. y la.K.con la.M,tiene la razon compuesta de los lados. Luego el parallelogramo.A C.con el paralelogramo.C Z.tiene la ra zon compuesta de los lados,luego los parallelogramos equi angulos tienen entre si la razon compuesta de los lados. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema.18. Proposicion.24.

¶Los parallelogramos que estan sobre la dia gonal de todo parallelográmo son semejãtes al todo,y entre si.

Sea el parallelogramo.A B C D.y sea su diagonal. A C, y sobre la diagonal.A C.esten los parallelogramos.E I.T K.Digo que cada vno de los dos .E I. T K.parallelogramos, es semejã te a todo.A B CD.y entre si,Por que se tiro la linea.E Z.parallela al vn lado.B C.del triangulo.AB C.es proporcionalmente(por la segunda del, 6.) que como.B E. con.E A.assi.C Z.con.Z A.Otrosi porque se tiro la linea. I Z.parallela al vn lado.DC.del triangulo A D C. es proporcionalmente (por la segunda del.6.)que como



C Z.con.Z A.assi D I.con.A I.y assi como la.C Z. con la.Z A. assi esta demostrada la,B E.con la.E A.luego tambien(por la onze del.5.)como la.B E.con la.E A,assi la.D I.con la.I A.luego tambien componiendo(por la.18.del.5.)que como . B A. con.A E.assi.D A. con. A I. y trastrocando(por la.16.del, 5.) que como.B A.con.A D.assi.E A.con.A I.Luego son proporcionales los lados que está jũto al angulo comũ.B A D.de los parallelogramos.A B C D. E I.y porque. I Z. es parallela a la D C.es ygual(por la.29.del.1.el angulo.A I Z.al angulo.A D C y el angulo.I Z A.al angulo.D C A.y es comun el angulo.D A C.de los dos triangulos.A D C.A Z I.luego el triangulo.D A C.es equiangulo al triangulo.A I Z.y por lo mismo tambien el triangulo.A B C.es equiangulo al triangulo.A E Z. y todo el parallelogramo.A B C D.es equiãgulo al parallelogramo E I.Luego es proporcionalmente(por la.4,del.6.)que como se ha.A D.con.A C.assi.A I.con.I Z.y como.D C.con.C A. assi se ha.I Z.con.Z A.Empero como se ha. A C.con.C B.assi se ha A Z,con.Z E.y otrosi como.C B.con.B A.assi.Z E.con.E A. y porque esta demostrado que como.D C.con.C A.assi.Z I.con Z A . empero como.A C,con.C B.assi, A Z.con, Z E. luego es por ygual,por la.22.del.5,que como.D C.con.C B.assi.I Z.cõ Z E.luego los lados que estan junto a yguales angulos de los parallelogramos.A B C D.E I.sõ proporcionales.Luego,por la primera definicion del.6,el parallelogramo.A B C D. es semejante al parallelogrãmo.E I.y por tanto tambien el parallelogramo.A B C D. es semejante al parallelogrãmo.K T.luego cada qual de los dos.E I,T K.parallelogramos es semejante al parallelogramo.A B C D.y los rectilineos que a vn mismo rectilineo son semejantes tambien entre si son semejãtes (por la ,21, del. 6.)Luego tambien el parallelogrãmo. E I. es semejante al parallelogramo.T K.luego los parallelogrammos que estan junto a la diagonal de todo parallelogrammo son semejantes al todo,y entre si.Lo qual se hauia de demostrar.

Problema.7. Proposicion,25.

Hazer

¶Hazer vn ſemejante a vn rectilineo dado, y ygual a otro dado

Sea el rectilineo dado, al qual conuiene hazer otro ſemejante. A B C. y aquien es meneſter hazerle ygual, ſea, D, conuiene hazer vn ſemejãte al miſmo. A B C. y ygual al miſmo. D (por la. 44, del, 1,) hagaſe ſobre la, B C, el parallelogrãmo. B E ygual al triangulo. A B C, y ſobre la. C E. el parallelogrãmo. C M. ygual al parallelogrãmo. D, enel angulo. Z C E. que es ygual al angulo. L E C, luego (por la. 14, del, 1) la, B C, eſta en la linea recta con, C Z, y la, L E, con la, E M, Y tome ſe (por la, 13, del. 6,) la, I T. media proporcional de las dos, B C, Z C, y deſcribaſe (por la, 18, del, 6,) dela, I T, vn ſemejante al miſmo, A B C, y ſemejantemẽte pueſto K I T, y porque es q̃ como B C, con, I T, aſſi, I T, con C Z. y ſi fueren tres lineas rectas proporcionales, como ſe ha la primera con la tercera aſſi la figura que ſe haze de la. 1, con la figura que ſe haze de la ſegunda ſemejante y ſemejantemente deſcripta, Luego (por el corelario, 2, dela, 20, del, 6,) como la, B C, con la, C Z, aſſi el triangulo, A B C, con el triangulo, K I T. Pero como la, B C, con la, C Z. aſſi e l parallelogrãmo, B E, cõ el parallelogrãmo E Z, luego tãbien (por la. 1, del, 6) como el triangulo, A B C, cõ el triangulo, K I T, aſſi el parallelogrãmo, B E, cõ el parallelo gramo, E Z, luego traſtrocãdo (por la, 16. del, 5, q̃ como el tri angulo, A B C, cõ el parallelogrãmo, B E, aſſi el triangulo, K I T, con el parallelogramo, E Z, y es ygual el triangulo, A B C. al parallelogrãmo, B E, luego el triangulo, K I T, es ygual al parallelogrammo, E Z, Pero el parallelogrammo, E Z, es ygual al miſmo, D, luego tambien, K I T, es ygual al miſ-

mo,

mo.D.y es.K I T.femejante al mifmo, A B C. luego hizo fe el mifmo.K I T.femejante al rectilineo dado.A B C.y ygual avn otro.D.lo qual conuenia hazerfe.

Theorema.19. Propoficion.26.

¶ Si de vn parallelogramo fe quita otro parallelogramo femejante al todo y femejantemẽte puefto teniendo con el vn angulo comun, efta fobre la mifma diagonal con el todo.

De el parallelogrãmo.A B C D. quite fe el parallelogrammo.A Z.femejante al mifmo. A B C D.y femejantemẽte puefto teniendo comun con el el angulo D A B.Digo que el mifmo.A B C D.efta fobre vna mifma diagonal con.A.Z.porque fi no,fi es poffible fea fu diagonal.A T C.y faquefe, por la.31.del.1,defde. T. la linea T K.parallela a cada vna de los dos.A D.B C.Pues porque.A B C D.efta fobre vna mifma diagonal con . I K.es femejante,por la. 24. del.6. AB CD.al mifmo.I K.luego es que como.D A.con.A B. affi.I A.con.A K,por la cõuerfion dela.1.dificiõ del.6, y por la femejança de los dos. C B A D.E I.es que como.D A.cõ. A B.affi.I A.con.A E.Luego,por la.9.del.5,I A.tiene vna mifma razon con cada qual de las dos. A K.A E.luego la linea. A K. es ygual a la linea. A E.la menor a la mayor, lo qual es impoffible.Luego A B C D no efta fobre la mifma diagonal que.K I, luego el parallelogrãmo.A B C D.efta fobre la mifma diagonal que el parallelogrãmo.A.Z.luego fi de vn parallelogramo

mo se quita otro parallelogrãmo semejante al todo, y semejantemente puesto, teniendo con el vn angulo comun, esta sobre la misma diagonal con el todo. Lo qual conuenia demostrarse.

Theorema.20. Proposicion. 27.

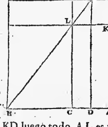
¶De todos los parallelogrãmos puestos sobre vna misma linea recta y faltos por figuras pa llelogramas semejantes y semejantemẽte pue stas a aquel que es descrito de la media, el ma yor parallelogramo es el q̃ esta puesto sobre la media, siendo semejante al tomado.

Sea la linea recta. A B. y corte se, por la. 10. del. 1. por medio en el puncto. C. y haga se tambien, por la. 18. del. 6, sobre la linea recta. A B. el parallelogrãmo. A D. falto por la figura parallelogrãma. D B. semejante y semejantemente puesta al de la mitad de la. A B. esto es, C B. Digo que de todos los parallelogramos puestos sobre la. A B. y faltos por figuras pallelogramas semejantes y semejantemẽtepuestas al parallelogrãmo. D B. el mayor es. A D. Pógase sobre la linea recta, A B. el parallelogrãmo A Z. falto por la figura palle logrãma, Z B. semejante y semejantemente puesta al. D A. Digo que mayor es. A D. que no. A Z. Porque es semejante, D B. parallelogrãmo al parallelogrãmo. Z B. luego estan sobre la misma diagonal (por la. 36 del sexto) Saque se su diagonal, D B. y hagase la figura. Pues

por

porque(por la.42.de el.1.)es ygual.Z C.al mismo. Z E, ponga se comun.Z B,luego todo.C T.es ygual a todo . K E, pero C T.es ygual al.C I(por la.36.del.1.)porque la linea recta.A C es ygual a la linea recta.C B.luego.I C.es ygual al.E K.ponga se comun.C Z.luego todo.A Z.es ygual a todo el gnomon. L M N.por lo qual el parallelogrãmo.D B,esto es,A D. es mayor que el parallelogrãmo.A Z.Luego de todos los parallelogrãmos que estan sobre vna misma linea recta,y faltos por figuras parallelogrãmas,semejantes y semejantemente puestas a àquel que es descrito de la media el mayor parallelogrãmo es el que esta puesto sobre la media,siendo semejãte al tomado.Lo qual conuenia demostrarse.

De otra manera. Sea otra vez.A B. diuidida por medio en el puncto.C.y sea el applicado .A L. falto por la figura . L B.y apliquese otra vez sobre la.A B.el parallelogrãmo. A E. falto por la figura parallelogrãma.E B.semejante y semejantemente puesta al mismo . L B.el qual es hecho de la mitad de la. A B.Digo que.A L. aplicado a la mitad es mayor que.A E. Porque es semejante.E B.al.L B. estan sobre la misma diagonal(por la. 26. del 6.)sea su diagonal.E B. y describa se la figura y porque es ygual.L Z al.L T.porque la linea recta . Z I. es ygual a la linea recta.I T.luego mayor es.L Z.que no,K E. y es ygual.L Z.al mismo.D L.luego mayor es.D L.que no.K E.sea comũ.KD.luego todo. A L.es mayor que todo.A E,lo qual conuenia demostrarse.



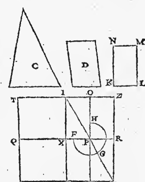
Problema. 8, Proposicion.28.

¶Sobre vna linea recta aplicar vn parallelogrãmo falto en figura parallelograma semejãte a vno dado ,y ygual a vn rectilineo dado

Pero

Pero conuiene que el rectilineo dado a quien conuiene dar otro ygual, no sea mayor que el hecho dela mitad, siendo semejátes los toma dos, a aquel que de la mitad, y semejáte al que conuiene que falte.

Sea la linea recta dada. A B. y el rectilineo dado a quien conuiene assentar otro ygual sobre la. A B. sea. C, que no sea mayor q̃ aquel que se hizo de la mitad, siendo tomados semejantes al que es necessario q̃ le falte vn semejáte al parallelogrãmo. D. Cõuiene pues sobre la linea recta dada A B. hazer vn parallelogrãmo ygual al rectilineo dado, C, y q̃ falte por vna figura parallelogrãma q̃ sea semejãte al parallelo grãmo, D. Cortese la, AB por medio (por la, 10, del 1,) enel puncto, E, y describase (por la. 18, del, 6,) dela, E B, el parallelogrãmo, E B Z I, semejante al parallelogrãmo, D, y semejantemẽte puesto, y cũplase el parallelogrãmo, A I, Aora pues o el parallelogrẽmo, A I. es ygual



al rectilineo. C. o mayor q̃ el (por la determinaciõ. y si, A I, es ygual al, C, ya esta echo lo q̃ buscamos, porq̃ estaria assẽtado sobre la linea recta. A B. el parallelogrãmo. A I. ygual al recti lineo dado. E. y falto por la figura parallelogrãma. I B. semejante al parallelogramo. D. Pero si es mayor. E T. que no. C. y el parallelogrãmo. T E. es ygual al parallelogramo. I B. luego

I B.

I B.es mayor que.C.Y en quanto es mayor.I B.que no. C.en tal excesso se hara el paralelográmo.K LM N.(por la.25.del 6.)ygual al parallelográmo.D.y semejante y semejantemente puesto.Y porque el parallelográmo.D.es semejante a. I B. luego tambien.K M. es semejante al mismo.I B. Sea pues de semejante razon.K L,con.I E.y.L M.cō. I Z, y porque es ygual.I B.alos dos.C.K M.luego.I B.mayor es que.KM.luego mayor es.I E.que no.K L.y.I Z.que no.L M.pōgase pues por la,3.del.1.)la.I X.ygual ala.K L.y la.I O.ygual ala LM,y cumplase el parallelogrāmo.X I O P.luego.I P.es ygual y semejāte ala.K M.Pero.K M.es semejante a.I B.luego tambien.I P. es semejante al.I B.luego(por la.26.del.6,)I P.esta con.IB.sobre vna misma diagonal,sea su diagonal.I P B.y hagase la figura.Pues porque.B I.es ygual a los dos.C,K M.de los quales.I P.es ygual con.K M.luego el gnomō.F G H.es ygual cō C.que resta.Y porque.O R.es ygual con.XS.luego todo.OB es ygual con.X B.pero.X B.es ygual con.Q E. Porque el lado.A E.es ygual al lado.E B.luego Q E.es ygual con.OB.pōgase por comun.X S.luego todo.Q S,es ygual a todo el gnomon.F GH.y esta demostrado q̃ el gnomō.F GH.es ygual al rectilineo.C.luego.Q S.es ygual al rectilineo.C. luego sobre la linea recta dada.A B.se asento el palelogramo.Q S.ygual al rectilineo,C.y falto por vna figura paralelograma. P B. q̃ es semejante al paralelográmo.D. porque el parallelogramo P B,es semejāte al parallelográmo.K M, q̃ era lo propuesto.

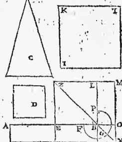
Problema.9. Proposicion.29.

¶Sobre vna linea recta dada acommodar vn parallelográmo ygual a vn rectilineo dado,y que exceda en vna figura parallelograma semejante a vno dado.

❧Sea la linea recta dada. A B. y el rectilineo dado a cuyo

Q ygual

ygual conuiene acõmodar vn otro parallelogramo ſobre. A B.ſea.C.y ſemejante al qual conuiene acõmodar le,ſea.D.cõ uiene aora ſobre la linea rectа.A B. acõmodar vn parallelogramo ygual al rectilineo.C.y q̃ exceda ẽvna figura parallelagrãma ſemejante al miſmo.D cortеſe(por la.10 dl.1.).la.AB pormedio é.E.y hagaſe(por la 6.del.6.)de la.E B.el parallelo grãmo.B Z.ſemejante al, D.y ſemejãtemẽte pueſto, y haga ſe el pallelogrãmo.I T. ygual a los dos.B Z.C. y ſemejãte a D.y ſemejantem ente pueſto Luego.I T.ſemejante es a.BZ y ſea.K T. de ſemejante razõ cõ la linea,Z L.q̃ la.K I.cõ la Z E.Y porque es mayor.I T. que no.Z B. luego mayor es. K T.q̃.Z L.y la.K I.que la.Z E.Eſtienda ſe.Z L.Z E,y ſea. Z L M.ygual a la.K T.y tãbien.Z E N.ſea ygual a la.K I.y cumpla ſe.M N,luego.M N.es ygual y ſemejante al.I T.pero.I T.es ſe mejante a.E L.luego(por la.26.del.6.)M N.es ſemejãte a.E L luego ſobre vna miſma diagonal eſtã.E L.M N.Saque ſe ſu diagonal.Z X.y deſcribaſe la figura.Pues por q̃ es ygual.I T. a los dos.E L C.pero.I T.es ygual a.M N. luego tãbien.M N.es ygual a los miſmos.E L C.quiteſe el comũ.E L. luego el gnomon q̃ reſta,F G P.es ygual al miſmo.C.y porque la. A E. es ygual a la.E B.tãbien es ygual (por la. 36. del primero).A N. al miſmo.N B.eſto es(por la.43.del. 1.) al parallelogrãmo.L O.pongaſe comun.E X.luego todo. A X.es ygual al gnomõ. P G F.y el gnomõ.P G F.es ygual al miſmo.C. luego.A X.es ygual al miſmo.C.luego ſobre la linea recta dada.A B. ſe acõ modo el parallelogrãmo. A X.ygual al triangulo dado.C.y q̃ excede por la figura pallelogrãma.BX.q̃ es ſemejãte al miſmo D porq̃.D.es ſemejante al miſmo.BZ.y B Z.es ſemejãte a.B X por q̃ eſtã ſobre vna miſma diagonal.Lo qual cõuino hazerſe.



Problema.10. Proposicion,30.

¶ Diuidir vna linea recta dada terminada cõ extrema y media razon.

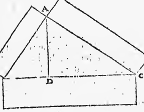
Sea la linea recta dada terminada. A B. cõuiene diuidir cõ extrema y media razõ la linea recta. A B. hagase el q̃drado de la. AB(por la.46.del.1.)y sea.BC.y(por la.29,del.6)assiẽte se sobre la.A C.el parallelogrãmo. C D. ygual al mismo.B C.y q̃ ẽ figura parallelograma exceda por el.A D.seme jante al quadrado . B C, y es quadrado.B C. luego tãbien es quadrado. A D. y porque,B C.es ygual al mismo.C D. quite se el comũ C E. luego el B Z.q̃ resta es ygual al que resta. A D.y es tambien equiangulo,luego(por la.14.del sexto)son reciprocos los lados de los mismos.B Z.D A.que està junto a yguales angulos. Luego es que como se ha. Z E. con.D E.assi se ha.A E. con. E B.y esZ E.ygual a la,A C. esto es ala misma, A B . y la linea . E D , a la linea . A E. luego es que como.B A. con . A E. assi la,A E.con la, E B . y es mayor la. A B.que la,A E.luego mayor es la . A E. que la . E B , luego la linea recta.A B. es diuidida en el puncto.E.con razõ extrema y media y su mayor parte es.A E.lo q̃l cõuino hazerse



¶ De otra manera. Sea la linea recta dada, A B. cõuiene diuidir la misma, A B,cõ razõ extrema y media,Cortese la , A B,en,E(por la,11,del,2.)de manera q̃ el rectangulo comprehendido debaxo dela, A B,y dela,B E,sea ygual al quadrado de la,E A,Pues porq̃ el rectangulo que es contenido debaxo dela, A B,y dela,B E,es ygual al quadrado de la , E A , luego (por la.17,de este)como la B A.cõ la, A E, assi la, A E,con la E B.luego la, A B,es diuidida con razon extrema y media, Lo qual conuenia hazerse.

¶En los triágulos rectágulos la figura q̃ se haze del lado opuesto al angulo recto es ygual a las figuras semejātes y semejātemente hechas delos lados que cōprehē den al angulo recto

Sea el triangulo.A B C,que tiene el angulo recto, B.A C. digo que la figura que se haze dela.B C.es ygual a aquellas figuras semejantes y semejantemente hechas dela.B A,y dela A C.Saquese.(por la.12.del.1.)la perpēdicular.A D.pues por que enel triangulo rectangulo,A B C.desde el angulo recto A.sobre la basis.B C.se tiro la perpendicular .A D. los triangulos.A B D. A D C de junto a la perpē dicular son semejā tes al todo.A B C,y tābien entre si (por la.8.dl. 6). Y porq̃s semejante.A B C.al mismo.A B D.luego es q̃ como.C B.con B A.assi.A B. cō. B D yporq̃tres lineas



rectas son proporcionales luego (por el corelario.2.dela.20 del.6.)es que como la,primera con la tercera assi la figura que es descripta dela primera cō aquella que dela segūda,semejante y semejantemente.Luego.como.C B.cō,B D.assi la figura que dela.B C, con la que es descripta de la.B A. semejante ysemejantemente,Y tambien por lo mismo como.B C con.C D.assi la figura que es dela,B C.con la que de la. C A, Por lo qual como la,B C,con la,B D,y la,D C, assi la figura que se haze dela,B C,con aquellas que debajo de,B A, y de, A C,son descriptas semejantes y semejantemente, Pero es ygual la, B C.a,B D,y,D C,luego es ygual la figura que se ha

ze de la.B C.a aquellas figuras ſemejantes y ſemejantemen- te hechas de la,B A,y de la,A C.Luego en los triangulos re- ctangulos la figura que ſe haze de el lado opueſto al angulo recto es ygual a las figuras ſemejantes y ſemejantemente he chas de los lados que comprehenden al angulo recto,lo qual conuino demoſtrarſe,

De otra manera,

Porque por el corelario primero de la,20.del.6.) ſemejantes figuras eſtan en doblada razon de los lados de ſemejante ra- zon,la figura dela.B C,a aquella que es de la,B A.tiene dobla da razon que la.C B.a la B A.Y el quadrado d la. B C. al qua- drado dela,B A.tiene doblada razon que la.C B.a la.B A.lue go como la figura que es de la.C B,a aquella figura que es de la,B A.aſſi el quadrado dela, C B,al quadrado de la.B A.y tã- bien por tanto como la figura que es de la, B.C.a la figura de la,C A.aſſi el quadrado dela. B C.a los quadrados de la. B A. y de la.A C,Pero el quadrado de la, B C. es ygual a los qua- drados de la.B A.y dela.A C(por la.47.del.1.)luego la figura de la.B C.es ygual a aquellas figuras que ſon ſemejantes y ſe mejantemente hechas dela.B A.y de la .A C.

Theorema.22. Propoſicion.32,

¶Si dos triangulos ſe cõponen en vn angulo, teniendo los dos lados proporcionales a los dos lados,en manera que los lados que ſonde ſemejante razon ſean tambienparalellos,eſta ran en linea recta los de mas lados de los miſ mos triangulos.

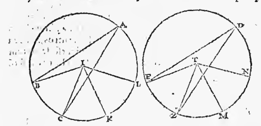
Sean los dos triãgulos.A B C.D CE.q̃ tengã los dos lados B A.A C.proporcionales a los dos lados.D C,D E.q̃ como ſe ha la.A B.cõ la.A C.aſſi la.D C,cõ la.D E.y parallel a la. A B.

a la. D C. y la. A C. a la. D E. Digo que. B C. esta en linea recta cõ. CE. porque la. A B. es parallela a la. D C. y sobre ellas cae la linea recta. A C. luego (por la. 29. del. 1.) los angulos alternos. B A C. A C D. son yguales entre si Y por tanto tambien el angulo, C D E. es ygual al angulo. A C D, por lo qual el angulo. B A C. es ygual al angulo, C D E. y porque son dos triãgulos, A B C. C D E. q̃ tienen el vn angulo. A, ygual al vn angulo. D. y los lados de junto a yguales angulos proporcionales que como. B A. con. A C. assi, C D. con. D E, luego (por la. 6. del. 6.) el triangulo A B C. es equiangulo al triangulo. D C E, Luego el angulo, A B C. es ygual al angulo, D C E. y demostrose el angulo. A C D ser ygual (por la. 29. del. 1.) al angulo. B A C, luego todo el angulo. A C E. es ygual a los dos. A B C. B A C. pongase comũ el angulo, A C B, luego los angulos. A C E. A C B, son yguales a los angulos. C A B. A C B. C B A. pero los angulos. B A C. C B A A C B (por la. 32. del. 1.) son yguales a dos rectos, luego los angulos. A C E. A C B. son yguales a dos rectos. Y desde vna linea recta, A C. y de vn puncto en ella. C. tiradas dos lineas, B C. C E. no hazia vnas mismas partes, de vn cabo y otro hazen los dos ãgulos. A C E. A C B. yguales a dos rectos, luego (por la. 14. del. 1.) en vna linea recta esta la, B C, con la. C E. luego si dos triangulos se componen en vn angulo, teniendo los dos lados proporcionales a los dos lados, en manera que los lados que son de semejante razon sean tambiẽ parallelos, estaran en linea recta los demas lados de los mismos triangulos lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 33. Proposicion. 33

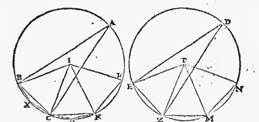
¶En circulos yguales los angulos tiené la misma razon que las circunferécias sobre las quales estan, aora sean hechos en los centros aora en las circunferencias: y tambien los sectores que son los hechos en los centros.

Sean los circulos yguales. A B C. D E Z, y en sus centros. I. T, esten los angulos. B I C, E T Z. y en sus circunferencias esten los angulos. B A C. E D Z. Digo que como se ha la circunferencia. B. C. con la circunferencia. E Z. assi es el angulo. B I C con el angulo. E T Z. y el angulo, B A C. con el angulo. E D Z y de mas desto el sector. I B C. con el sector. T E Z. pongan se (por la veynte y ocho del. 3.) por orden algunas circunferencias yguales a la circunferencia. B C. y sean. C K. K L. y algunas circunferencias. Z M. M N. yguales a la circunferencia E Z. y tiren se las lineas rectas, I K. I L. T M. T N. Pues porque



son yguales las circunferencias. B C. C K. K L. entre si. Tambié son yguales (por la. 27. del. 3,) los angulos. B I C. C I K. K I L Luego quan multiplice es la circunferencia. B L. de la circunferencia. B C, tan multiplice es el angulo. B I L. de el angulo B I C. y Por tanto tambien quan multiplice es la circunferencia. N E. de la circunferencia. E Z, tan multiplice es el angulo

NTE.del angulo.E T Z,Luego ſi la circũferẽcia.B L.es ygual a la circũferencia. E N.ygual es tambien el angulo,B IL.al angulo.E T N,y ſi la circunferencia. B L.es mayor que la circũferencia.E N.tãbien es mayor el angulo.B I L.q̃ el angulo . E T N.y ſi menor menor.Luego ſiẽdo quatro quantidades,dos circunferencias,B C.E Z.y dos angulos que ſon.B I C. E T Z. ſe toman de la circunferencia.B C.y del angulo.B I C. los ygualmente multiplices que ſon la circũferẽcia,B L . y el angulo B I L.y dela circũferencia.E Z.y del ãgulo.E T Z.la circũferẽcia.E N.y el angulo.E T N,y eſta demoſtrado que ſi la circunferencia.B L,excede a la circunferẽcia. E N,tãbien el angulo B I L.excede al angulo,E T N, y ſi ygual , ygual , y ſi menor menor,luego ſera,por la.6.definicion del.5,q̃como la circunferencia.B C,ſe ha con la circunferencia.E Z.aſſi el angulo.B I C.con el angulo, E T Z,Pero como ſe ha el angulo.B I C. cõ el angulo,E T Z,aſſi el angulo.B A C , con el angulo, E D Z, porque cada vno(por la,20,del,3,)es duplo de cadaqual,luego ſera que como ſe ha la circunferencia,B C,con la circunferencia.E Z.aſſi el angulo,B I C,con el angulo,E T Z,y el angulo,B A C,con el angulo, E D Z,Luego en circulos yguales los angulos tienen la miſma razon que las circunferencias ſobre las quales eſtan,aora ſean hechos en los centros,aora en las circunferencias,Lo qual conuino demoſtrarſe,Digo tambien que como ſe ha la circunferencia.B C,con la circunferẽ



cia

cia.E Z.assi el sector.I B C,con el sector,T E Z,Tiren se las lineas,B C,C K,y tomados sobre las circunferencias, B C,C K los punctos, X.O,tirense las lineas,B X,X C,C O,O K,y porque(por la.15,definicion del,1.)las dos,B I,I C,son yguales a las dos,C I,I K,y abraçan yguales angulos,Luego(por la, 4. del,1,)la basis,B C,es ygual a la basis,C K, y el triangulo, I B. C.es ygual al triãgulo,I C K,y porque es ygual la circunferencia.B C.a la circunferencia. C K. luego la circunferencia que resta,y cumple todo el circulo.A B C.es ygual a la circunferẽcia que resta,y cumple todo el circulo mismo. A B C.Por lo qual tambien el angulo.B X C.es ygual al angulo.C O K.Luego(por la.10.difinició del.3.)el segmento.B X C. es semejãte al segmento.C O K.y estan en la s lineas rectas yguales. B C K C.y los segmentos de circulos semejantes que estan ẽygua les lineas rectas,ellos entre si son yguales(por la,24.del. 3.) luego el segmento.B X C.es ygual al segmento.C O K. Pero el triangulo.I B C.es ygual al triangulo.I C K. luego todo el sector.I B C.es ygual a todo el sector.I C K.(por la primera comun sentencia)y por tanto tambien el sector.I K L.es ygual a cada vno de los dos.I B C.I C K. Luego los tres sectores.I B C,I C K.I K L.son yguales entre si,y por tanto tãbien son yguales entre si los sectores.T E Z,T Z M.T M N. luego quan multiplice es la circunferencia. B L. de la circunferencia.B C.tan multiplice es el sector.L I B. de el sector.I B C.y tambien por lo mismo quan multiplice es la circunferencia. N E.de la circunferencia.E Z.tã multiplice es el sector.T EN de el sector.T E Z.Luego si la circunferencia.B L. es ygual a la circunferencia.E N.ygual es tambien el sector.B I L, al sector.E T N,y si la circunferencia.B L.excede a la circunferẽcia.E N.excede tambien el sector.B I L.al sector. T E N.y si falta,falta.luego siendo quatro quantidades,dos circunferẽcias.B C.E Z.y dos sectores.I B C,E T Z.son tomados los ygualmente multiplices de la circunferencia.B C.y del sector I B C.la circunferencia.B L.y el sector.I B L.y dela circunferencia.E Z.y de el sector,T E Z. la circunferencia. E N. y el

R sector

ſector. T E N. y eſta demoſtrado que ſi la circunferencia, B L excede a la circunferencia. EN. que tambien excede el ſector B I L. al ſector. E T N. y ſi ygual, ygual, y ſi falta, falta. Luego ſera (por la conuerſion de la primera definicion del ſexto) q̃ como ſe ha la circunferencia. B C. con la . E Z. aſſi el ſector. I B C. con el ſector. T E Z. Lo qual ſe auia de demoſtrar.

Corelario.

Y manifieſta coſa es que como ſe ha el ſector con ſector, aſſi el angulo con el angulo.

¶ Finis.



¶ Fin del libro ſexto.

Folio.	Plana,	Ringlon.	Quitese	Pongase
7	1	22	ran	tan
7	2	12	pareciédo	pareciendo
10	1	21	8	28
12	1	1	son	
12	2	27	sabricado	fabricado
13	2	6	meuor	menor
14	1	19	triaugulo	triangulo
14	2	4	DEZ	DZE
15	1	26	bas	basis
16	2	2	EZ	ZD
17	1	10	corte se	cortese en
19	2	13	2	3
23	1	8	pribera	primera
23	1	18	yor el	yor q̃ el
24	1	1	FZ	EZ
24	1	8	EDC	EDZ
26	1	11	BET	BIT
26	2	15	EAD.ADC:	ZAD,ADB
27	2	6	BCD	BDC
29	2	1	y en	y estan en
30	1	23	esten	y esten
31	1	16	ZECI	ZEIC
32	1	13	estiendese	estiendase
32	2	16	ITL	TIL
33	1	2	KZ.LM	KZML
33	2	8	BDCE	BDEC
34	1	1	y esta	y estan.
34	2	16	dos del	del
36	2	29	ZD	ZC
37	1	1	se BD etc. hasta do dize gonal BD. en, quitese todo esto.	
37	2	17	BC	y BC

Folio	Plana	Ringlon.	Quite se	Pongase
40	1	35	S Q E	S Q F
40	2	4	y son	son
42	1	35	gual	ygual
43	1	27	C B	C A
43	1	28	de la.B.	dela B A
44	2	2	a la.E	a la.E D
50	1	15	cirulo	circulo
53	2	13	C D	Z D
55	1	19	y por la	por la
57	2	22	C A B	E A B
60	1	11	D E	D C
62	1	20	B C	B C D
66	1	13	y ƀ la	y dela
69	1	18	tar a vna	tar vna
69	2	31	E D C	E D Z
75	1	18	T	T I
76	2	6	L M C	L M I
82	1	18	F Z	E Z
91	1	18	M.la.	M.de la
92	2	12	dos vna,	dos en vna
96	1	8	la punta	su punto mas alto
99	2	4	la punta	el punto
107	1	13	el porq̃ es q̃ es.	porq̃ el q̃ es
108	1	17	A I B	I A B
108	1	18	C Z D	Z C D
108	1	19	D C Z	D Z C
110	1	4	I T K	L T K

Eratas delas figuras

en la figura dela.27.del.1.enla linea.A E E diga.A E B.enla figura dea.41.tire se vna linea dela A.hasta la.C.enla.24,del.3 en el circulo.A B.pongase vna.E.enla.18.del.6.enla figura.I Z DD.pon EZ CD.



1600127594